

TRİGONOMETRİ – 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

AÇI

Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine **açı**; bu ışınlara **açının kenarları (kolları)**; başlangıç noktasına ise **açının köşesi** denir.

$$[OB \cup [OA = \widehat{AOB}$$

Açıyı kenarlarının yazılış sırasına göre iki değişik biçimde okuyarak yönlendiririz

1. POZİTİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:

Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönünün tersi takip edilerek ulaşıyorsa bu açığa pozitif yönde yönlendirilmiş açı denir.

$\widehat{AOB}$ 'nın yönü pozitiftir.

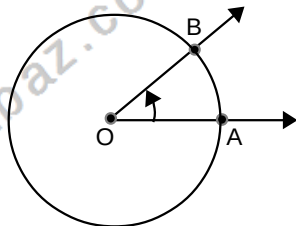
2. NEGATİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:

Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönü takip edilerek ulaşıyorsa bu açığa negatif yönde yönlendirilmiş açı denir.

$\widehat{BOA}$ 'nın yönü negatiftir.

YÖNLÜ YAYLAR

O merkezli bir çember çizelim: AB yayının yönü olarak AOB açısının yönü alınır. Şekildeki AOB açısının yönü pozitif olduğundan AB yayının yönü pozitif olur. Burada, A noktası yay başlangıç, B ise yay bitim noktasıdır.



AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Açıyı ölçmek demek açının kolları arasındaki açıklığı belirtmek demektir.

1) DERECE :

Bir çemberin çevresi 360 eş parçaya bölündüğü zaman bu eş yay parçalarından birini gören; köşesi merkezde olan açının ölçüsüne 1 derece (1°) denir.

1° nin 60 ta birine 1 dakika ($1'$) denir.
 $1^\circ = 60'$

$1'$ nin 60 ta birine 1 saniye ($1''$) denir.
 $1' = 60''$

SONUÇ

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

Örnek...1 :

15873'' lik açı kaç derece kaç dakika ve kaç saniyedir?

$$4^\circ 24' 33''$$

Örnek...2 :

Şıklarda verilen işlemleri yapınız.

a) $50^\circ 25' 30'' + 34^\circ 18' 6''$

$$84^\circ 43' 36''$$

b) $75^\circ 18' 21'' + 53^\circ 56' 52''$

$$129^\circ 15' 13''$$

c) $75^\circ 18' 21'' - 53^\circ 56' 52''$

$$21^\circ 21' 29''$$

TRİGONOMETRİ – 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

Örnek...3 :

Bir ABC üçgeninde $m(A)=121^{\circ}58'1''$ ve $m(B)=16^{\circ}34'59''$ ise $m(C)$ kaçtır?

$41^{\circ}27'$

2) RADYAN :

Bir çemberde yarıçap uzunluğunda bir yayı gören merkez açının ölçüsüne 1 radyan denir. Böylece çember yayının uzunluğu 2π radyan dır.

Derece D, radyan R ile gösterilirse açı ölçü birimleri arasında

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \text{ orantısı vardır.}$$

Örnek...4 :

Ölçüsü 120° olan açıyı radyan türünden bulunuz.

$\frac{2\pi}{3}$

Örnek...5 :

Ölçüsü $\frac{\pi}{5}$ radyan olan açıyı derece türünden bulunuz.

36°

Örnek...6 :

Derece olarak verilmiş açıların radyan karşılıklarını yazınız

0°	30°	45°	90°	180°	270°

$0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$

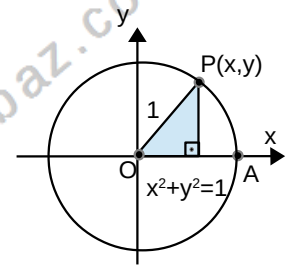
Örnek...7 :

Ölçüsü 150° olan açıyı radyan türünden yazınız.

$\frac{5\pi}{6}$

BİRİM ÇEMBER

Analitik düzlemde merkezi $O(0,0)$ noktası ve yarıçapı 1 birim olan çembere **birim çember** (trigonometrik çember) denir.



Örnek...8 :

$P(\frac{1}{2}, k)$ noktası birim çember üzerinde ise k'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

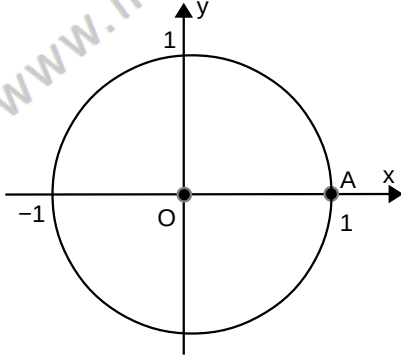
$-\frac{3}{4}$

TRİGONOMETRİ – 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

Örnek...9 :

Birim çemberde standart konuma yerleştirilmiş (yay başlangıç noktası (1,0) noktası ve dönme yönü pozitif yön) ölçüleri 120° ve $\frac{7\pi}{4}$ radyan olan yayların bitim noktalarını işaretleyiniz.



AÇININ ESAS ÖLÇÜSÜ

Standart pozisyonda (köşesi orijin ve başlangıç kenarı Ox eksenini) verilmiş ve ölçüsü α olan açının birim çember üzerinde gördüğü yayın bitim noktası ile; standart pozisyonda ve ölçüsü $\alpha + k \cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$) olan açının gördüğü yayın bitim noktası aynıdır.

ESAS ÖLÇÜ :

Bir açının ölçüsü derece olarak verilmişse $[0, 360)$ aralığındaki ; radyan olarak verilmişse $[0, 2\pi)$ aralığındaki değerine o açının **esas ölçüsü** denir.

SONUÇLAR

1. Açının esas ölçüsü negatif olamaz.
2. Açının esas ölçüsü bulunurken tam dönüşler çıkarılır.

Örnek...10 :

Aşağıda verilen açılarının esas ölçülerini bulunuz.

a) 1100° b) 61400

c) -80° d) $\frac{53\pi}{5}$

e) $\frac{-23\pi}{3}$ f) -7000°

$20^\circ, 200^\circ, 280^\circ, \frac{3\pi}{5}, \frac{\pi}{3}, 200^\circ$

TRİGONOMETRİ – 1

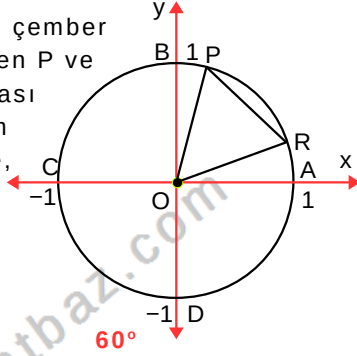
YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

DEĞERLENDİRME

- 1) Ölçüsü -1220° olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

$$\frac{11\pi}{19}$$

- 2) Yandaki birim çember üzerinde verilen P ve R noktaları arası uzaklık 1 birim olduğuna göre, $m(\widehat{POR})$ kaç derecedir?



- 3) Birim çember üzerindeki noktalardan, apsisi ordinatının 2 katı olan bir noktanın apsisi kaç olabilir?

$$\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

- 4) $-\frac{70\pi}{6}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

$$\frac{\pi}{3}$$

- 5) Bir ABC üçgeninde $m(A)=101^\circ 48' 49''$ ve $m(B)=16^\circ 34' 52''$ ise $m(C)$ kaçtır?

$$61^\circ 36' 19''$$

- 6) $m(\hat{A}) = 100^\circ 50' 39''$ olduğuna göre, $\frac{m(\hat{A})}{3}$ kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

$$33^\circ 36' 53''$$