

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER -3

EŞİTSİZLİKLER

EŞİTSİZLİKLER

$f(x) \leq 0$, $f(x) \geq 0$, $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ ifadelerine eşitsizlikler denir.

Örnek...1 :

$3x-8 < 0$ eşitsizliğini çözünüz. $f(x)=3x-8$ fonksiyonunun işaretini x değişkeninin değişimine göre inceleyiniz.

$(-\infty, 8/3)$

Birinci dereceden doğrusal eşitsizlikler dışındaki eşitsizlikleri çözmek için verilen ifadenin işaretini işaret tablosu dediğimiz tabloda özetleriz.

$f(x)=ax^2+bx+c$ İFADESİNİN İŞARETİ

durum 1 $ax^2+bx+c=0$, $b^2-4ac < 0$

x	$-\infty$	∞
ax^2+bx+c	a'nın işareti	

Örnek...2 :

$x^2+2x+10$ ifadesinin işaretini inceleyiniz

durum 2 $ax^2+bx+c=0$, $b^2-4ac=0$

x	$-\infty$	$x_1=x_2$	∞
	a'nın işareti	○	a'nın işareti

Örnek...3 :

x^2+6x+9 ifadesinin işaretini inceleyiniz

durum 3 $ax^2+bx+c=0$, $b^2-4ac > 0$

x	$-\infty$	x_1	x_2	∞
	a'nın işareti	○ a'nın işaretinin zıttı	○	a'nın işareti

Örnek...4 :

x^2-x-12 ifadesinin işaretini inceleyiniz

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER -3

EŞİTSİZLİKLER

Genelleme

Eşitsizlik soruları çözülürken;
a) Eşitsizlik ifadesi çarpanlarına ayrılır. Eşitsizliğin bir tarafı sıfır olmalıdır. Eşitsizlikte sadeleştirme yapılmayıp, ortak çarpan parantezi kullanılır

b) Her çarpan sıfıra eşitlenir. Kökler küçükten büyüğe doğru yazılarak tablo yapılır.

c) Herhangi bir aralıktan kök olmayan bir değer alınarak ifadede yerine yazılır ve bu aralığın işareti bulunur.

d) Bulunan işaretten itibaren kök gördükçe işaret değiştirilir. Çift katlı köklerde işaret değiştirilmez.
 $(x-a)^{2n} \cdot (x-b)^{2m+1} = 0$ ifadesinde $x=a$ çift kat ve $x=b$ tek kat köktür. (m,n tamsayı)

e) Çözüm kümesi yazılırken sorulan sorunun eşitsizlik yönüne bakılır ve bu işaret tabloda bulunur. Rasyonel ifadelerde paydayı sıfır yapan değerler çözüm kümesine alınamaz.

f) Kökleri reel olmayan çarpanların sadece işaretleri dikkate alınır.

g) Mutlak değerli ifadelerin sonucu pozitif olduğundan mutlak değerli çarpanların köklerine çift katlı kök muamelesi yapılır ve işaret değiştirilmez. (istenirse mutlak değerli çarpanlar ve çift katlı kökler tabloya yazılmayabilir ama kökleri çözüm aranırken unutulmamalıdır)

h) İki veya daha fazla eşitsizliğin oluşturduğu eşitsizlik sisteminde ayrı ayrı çözümlerin kesişimi alınır.

Örnek...5 :

$(x-1)(x-2)(2x+5) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

$(-\infty, -5/2] \cup [1, 2]$

Örnek...6 :

$(x-3)^2(x+2)^3 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

$(-\infty, -2)$

Örnek...7 :

$x^3 - x < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

$(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

Örnek...8 :

$\frac{x^3-8}{x^2-x-6} \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

$(-\infty, -2] \cup [2, 3)$

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER -3

EŞİTSİZLİKLER

Örnek...9 :

$\frac{(x^2-4x-32)}{(x^2-4)} \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

$$[-4, -2) \cup (2, 8]$$

Örnek...10 :

$\frac{(x-5)^4(x+2)^{13}}{(x-2)^3 \cdot x^2} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

$$(-2, 2) - \{0\}$$

Örnek...11 :

$\frac{2}{x} \leq \frac{x}{2}$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

$$[-2, 0) \cup [2, \infty)$$

Örnek...12 :

$|x-5| \cdot (x^2-8x+12) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

$$(2, 6) - \{5\}$$

Birden fazla eşitsizliğin oluşturduğu sisteme eşitsizlik sistemi denir. Eşitsizlik sistemleri çözlürken bir tabloda işaretinin incelenmesi gerekli görülen ifadeleri içerecek kadar satır yapılır

Örnek...13 :

$2x-1 > 0$
 $x^2-x < 0$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz

$$(1/2, 1)$$

Örnek...14 :

$x^2-x-6 > 0$
 $x^2-5x < 0$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz

$$(3, 5)$$

Örnek...15 :

$-9 \leq x^2-4x-5 < 7$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

$$(-2, 6)$$

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER -3

EŞİTSİZLİKLER

Örnek...16 :

a ve b birer reel sayı olmak üzere $\frac{ax-b}{x-a} \leq 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı $[3,5]$ ise a.b kaçtır?

75

Örnek...18 :

$(m+2)x^2+4x+m-3=0$ denkleminin köklerinin zıt işaretli olması için m nasıl seçilmelidir?
($x_1 < 0 < x_2$)

(-2,3)

İKİNCİ DERECEDE DENKLEMİN KÖKLERİ

$$ax^2+bx+c=0$$

$$b^2-4ac > 0$$

Farklı iki kök var

durum 1. $x_1 \cdot x_2 > 0$

- a. $x_1+x_2 > 0 \rightarrow 0 < x_1 < x_2$
b. $x_1+x_2 < 0 \rightarrow x_1 < x_2 < 0$

$$b^2-4ac < 0$$

Gerçek kök yok

$$b^2-4ac = 0$$

Eşit iki kök var

- a. $x_1+x_2 > 0 \rightarrow 0 < x_1 = x_2$
b. $x_1+x_2 < 0 \rightarrow x_1 = x_2 < 0$

durum 2. $x_1 \cdot x_2 < 0$

$$x_1 < 0 < x_2$$

- a. $x_1+x_2 > 0 \rightarrow |x_1| < |x_2|$
b. $x_1+x_2 < 0 \rightarrow |x_1| > |x_2|$
c. $x_1+x_2 = 0 \rightarrow |x_1| = |x_2|$

durum 3. $x_1 \cdot x_2 = 0$

- a. $x_1+x_2 > 0 \rightarrow x_1 = 0 < x_2$
b. $x_1+x_2 < 0 \rightarrow x_1 = 0 > x_2$
c. $x_1+x_2 = 0 \rightarrow x_1 = 0 = x_2$

Örnek...17 :

$mx^2-(2m-3)x+m+2=0$ denkleminin reel kökü yoksa m nasıl seçilmelidir?

(9/20, ∞)

Örnek...19 :

$(m+2)x^2+(m+3)x+1=0$ denkleminin köklerinin pozitif işaretli olmasını sağlayan m değeri var mıdır?

yoktur

Örnek...20 :

$x^2-(p+2)x+p+4=0$ denkleminin köklerinin negatif işaretli olması için p nasıl seçilmelidir?

(-4, $2\sqrt{3}$)

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER -3

EŞİTSİZLİKLER

F(X)=AX²+BX+C NİN İŞARETİ

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

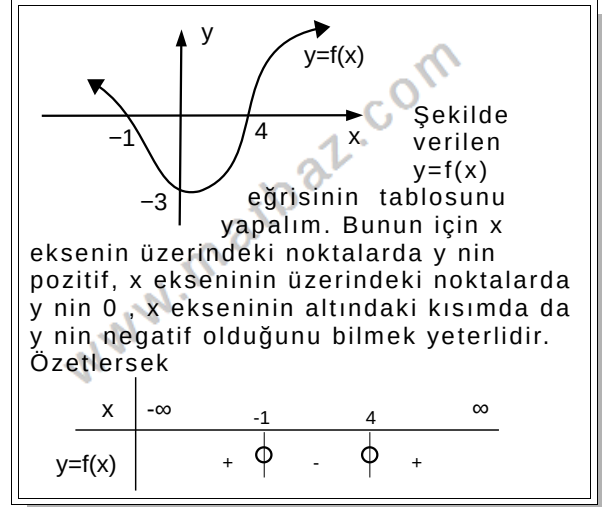
$\forall x \in \mathbb{R}, f(x)=ax^2+bx+c < 0$ $\forall x \in \mathbb{R}, f(x)=ax^2+bx+c > 0$

koşul1 $b^2-4ac < 0$ koşul1 $b^2-4ac < 0$
koşul2 $a < 0$ koşul2 $a > 0$

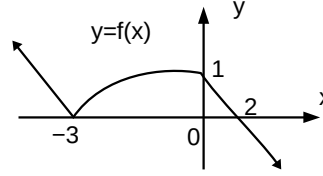
Örnek...21 :

Her x reel sayısı için $x^2-(m-1)x+m+2 > 0$ oluyorsa m hangi aralıktadır?

(-1,7)



Örnek...23 :



$f(x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

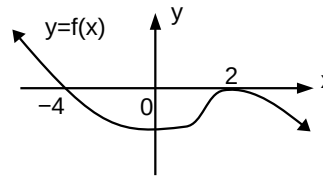
$(-\infty, 2) \cup \{-3\}$

Örnek...22 :

$(a-3)x^2-12x-3$ ifadesi daima -6 dan büyükse a hangi aralıkta olmalıdır?

$(15, \infty)$

Örnek...24 :



$\frac{f(x)}{x^2-16} \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

$(4, \infty) \cup \{2\}$

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER -3

EŞİTSİZLİKLER

DEĞERLENDİRME

- 1) $a < 0 < b < c$ olmak üzere $\frac{(ax-1)(bx-1)}{(cx-1)} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz
(1/a , 1/c)U(1/b,∞)

- 2) $\begin{cases} x^3 - 4x > 0 \\ x^2 - x < 6 \end{cases}$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz
(-2,0)U(2,3)

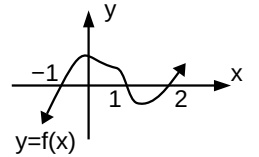
- 3) $x^2 - (m-1)x + m + 2$ ifadesi x in reel sayı değerleri için daima pozitif oluyorsa m hangi aralıktadır?
(-1,7)

- 4) $a \neq 0$ olmak üzere $ax^2 - 3x - a = 0$ denklemi için hangileri doğru olabilir?

1. eşit iki kök vardır
2. iki pozitif kök vardır
3. köklerden biri sıfırdır
4. aynı işaretli iki kök vardır
5. zıt işaretli iki kök vardır

- 5) $x^2 + (k+2)x - k - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| < |x_2|$ ise k nın en geniş değer aralığı nedir?
(-6,-2)

- 6) $\frac{(x+2)f(x)}{3^{x-4}|x-2|(x^3+1)} \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz



(-1,2)