

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER -1

DOĞRUSAL (LİNEER) DENKLEMLER

DOĞRUSAL (LİNEER) DENKLEMLER

$a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = b$
biçimindeki denklemlere **doğrusal (linear) denklemler** denir.
 a , b ve c sayıları birer reel sabit olmak üzere $ax+by+c=0$ ifadesi \mathbb{R}^2 de lineer bir denklemdir.

DOĞRUSAL (LİNEER) DENKLEM SİSTEMLERİ

x_1, x_2, \dots, x_n gibi n tane bilinmeyenli m tane denklemden meydana gelen;

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

biçimindeki sisteme birinci dereceden n bilinmeyenli lineer denklem sistemi, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ sayılarına denklemin **kat sayıları** $b_i \in \mathbb{R}$ sayılarına denklemin **sabitleri** denir.

Burada her i için $b_i = 0$ ise bu denkleme **homojen denklem sistemi** denir

Örnek...1 :

$$\begin{aligned} 2x+y &= 5 \\ 3x-2y &= 4 \end{aligned}$$

birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini yok etme, yöntemiyle çözüünüz. $\{(2,1)\}$

Örnek...2 :

$$\begin{aligned} 2x+2y &= 5 \\ x+2y &= 1 \end{aligned}$$

birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini yerine koyma yöntemleriyle çözüünüz. $\{(4, \frac{-3}{2})\}$

Örnek...3 :

$$\begin{aligned} 2x+3y &= 11 \\ 3x+2y &= 20 \end{aligned}$$

birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini yok etme, yerine koyma yöntemleriyle çözüünüz.

$$\{(\frac{38}{5}, \frac{-7}{5})\}$$

Örnek...4 :

$$\begin{aligned} ax-y+5z &= -13 \\ x+by+2z &= -2 \\ 4x+2y+cz &= 8 \end{aligned}$$

birinci dereceden üç bilinmeyenli denklem sistemini sağlayan (x,y,z) üçlüsü $(-1,1,2)$ ise $a+b+c$ toplamı kaçtır?

22

Örnek...5 :

$$\begin{aligned} 2x+3y-z &= 11 \\ x+y-z &= 6 \\ x+2y+3z &= -1 \end{aligned}$$

birinci dereceden üç bilinmeyenli denklem sistemini yok etme yöntemiyle çözüünüz.

$$\{(3,1,-2)\}$$

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER -1

DOĞRUSAL (LİNEER) DENKLEMLER

Örnek...6 :

$$x-3y-4z=4$$

$$2x+y-z=-6$$

$$x+y+4z=8$$

birinci dereceden üç bilinmeyenli denklem sistemini yok etme yöntemiyle çözüünüz.

$$\{(1,-5,3)\}$$

Örnek...7 :

$$a-b-c=-4$$

$$a+b+c=0$$

$$2a-3b+4c=11$$

birinci dereceden üç bilinmeyenli denklem sistemini yok etme yöntemiyle çözüünüz.

$$\{(-2,-1,3)\}$$

ELEMANTER (TEMEL) SATIR İŞLEMLERİ VE DENK SİSTEMLER

Bir doğrusal denklem sisteminde

1) Herhangi iki denklemin yerini değiştirmek

2) Denklemlerin herhangi birini 0 dan farklı bir reel sayı ile çarpmak

3) Denklemlerden birinin sıfırdan farklı katını bir başka denkleme eklemek doğrusal denklem sisteminin çözümünü değiştirmez.

Yukarıdaki işlemlere **temel (elemanter) satır işlemleri** denir.

Temel satır işlemlerini uygulama sonucu elde edilen denklem sistemi ilk sisteme **denktir**.

Örnek...8 :

$x+3y+2z=1$ denklem sistemini elemantar
 $2x+y-z=-3$ satır işlemleriyle çözülmüştür,
 $3x+y+4z=13$ inceleyiniz.

Çözüm

$R_1: x+3y+2z=1$ R_1 denklemini -3 ile çarpıp
 $R_2: 2x+y-z=-3$ R_3 e ekleyip R_3 yerine yazalım.(Bu işlemi kısaca
 $R_3 \rightarrow -3.R_1+R_3$ şeklinde gösteririz.)

$R_1: x+3y+2z=1$ R_1 denklemini -2 ile çarpıp
 $R_2: 2x+y-z=-3$ R_2 e ekleyip R_2 yerine yazalım ($R_2 \rightarrow -2.R_1+R_2$)

$R_1: x+3y+2z=1$ R_2 denklemini $\frac{-1}{5}$ ile çarpıp
 $R_2: -5y-5z=-5$ R_2 yerine yazalım ($R_2 \rightarrow -\frac{1}{5}.R_2$)

$R_1: x+3y+2z=1$ R_2 denklemini 2 ile çarpıp R_3
 $R_2: y+z=1$ e ekleyip R_3 yerine yazalım
 $R_3: -8y-2z=10$ ($R_3 \rightarrow 2.R_2+R_3$)

$R_1: x+3y+2z=1$ R_3 denklemini $\frac{-1}{6}$ ile çarpıp
 $R_2: y+z=1$ R_3 yerine yazalım
 $R_3: -6y=12$

$R_1: x+3y+2z=1$ R_3 denklemini R_2 de ve
 $R_2: y+z=1$ sonra da R_1 de yerine yazalım
 $R_3: y=-2$

$$R_1: x+3y+2z=1 \rightarrow x+3.(-2)+2.3=1 \rightarrow x=1$$

$$R_2: y+z=1 \rightarrow -2+z=1 \rightarrow z=3$$

$$R_3: y=-2$$

Sonuçta çözüm $\mathcal{C}=\{(1,-2,3)\}$ olarak bulunur.

DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER -1

DOĞRUSAL (LİNEER) DENKLEMLER

DEĞERLENDİRME

- 1) $3x+2y=10$
 $2x-3y=2$
birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini yok etme yöntemiyle çözünüz.
 $\{(34/13, 14/13)\}$

- 2) $5x-y=18$
 $2x+y=3$
birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini yerine koyma yöntemiyle çözünüz.
 $(3,-3)$

- 3) $ax+2by=\frac{-13}{3}$
 $3bx-2ay=-11$
birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini sağlayan (x,y) ikilisi (1,-2) ise a.b çarpımı kaçtır?
-1

- 4) $ax-y+3z=-12$
 $x+by+3z=-4$
 $3x+y+cz=6$
birinci dereceden üç bilinmeyenli denklem sistemini sağlayan (x,y,z) üçlüsü (1,2,-2) ise a.b.c çarpımı kaçtır?
1

- 5) $2x+y-z=-2$
 $x+3y-z=6$
 $3x+y-3z=-6$
birinci dereceden üç bilinmeyenli denklem sistemini yok etme yöntemiyle çözünüz.
 $\{(-2,3,1)\}$

- 6) $2x+y-z=10$
 $x+3y-z=8$
 $3x+y-3z=16$
birinci dereceden üç bilinmeyenli denklem sistemini elemanter satır işlemleri ile çözünüz.
 $\{(4,1,-1)\}$