

## TRİGONOMETRİ – 5

### TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

#### TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

$f:A \rightarrow B$  ye tanımlı bir  $f$  fonksiyonunun tersinin de bir fonksiyon olabilmesi için,  $f$  fonksiyonunun bire bir ve örten olması gerekir.

$f:A \rightarrow B$ ,  $y=f(x)$  fonksiyonu bire bir ve örten olsun.

$f^{-1}:B \rightarrow A$ ,  $y=f^{-1}(x)$  ters fonksiyonu da bire bir ve örtendir.

Önce, trigonometrik fonksiyonların bire bir ve örten oldukları bir aralığı bulacağız. Sonra, bu aralıkta trigonometrik fonksiyonların ters fonksiyonlarını tanımlayacağız. Hangi alt aralığı kabul ettiyse, ters trigonometrik fonksiyonlarda, daima kabul edilen o aralıkta işlemlerimizi yapacağız.

#### 1) ARKSİNÜS FONKSİYONU

$f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$  fonksiyonu bire-bir ve örten olduğundan tersi de bir fonksiyon olur.

$x \rightarrow y = \sin x$

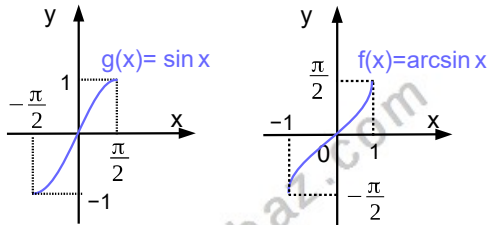
$f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  olarak tanımlanmış

$x \rightarrow y = \sin^{-1} x$  fonksiyona sinüs fonksiyonunun tersi denir.

Kısaca  $\sin x = y \Leftrightarrow x = \sin^{-1} y = \arcsin y$  olur.

#### Örnek...1 :

$g(x) = \sin x$  ve  $f(x) = \arcsin x$  fonksiyonunun grafiği  $[-1, 1]$  aralığında çizilmiştir inceleyiniz. ( Birbirlerinin tersi olan fonksiyonların  $y=x$  doğrusuna göre simetrik olduğunu hatırlayınız )



#### Örnek...2 :

$$\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = ?$$

#### Örnek...3 :

$$\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = ?$$

#### Örnek...4 :

$$\arcsin\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = ?$$

#### Örnek...5 :

$$\cos\left(\arcsin\left(\frac{4}{5}\right)\right) = ?$$

#### Örnek...6 :

$f(x) = \arcsin(3x-2)$  fonksiyonunun tanımlı olması için  $x$  hangi reel sayı aralığından seçilmelidir?

#### 2) ARKKOSİNÜS FONKSİYONU

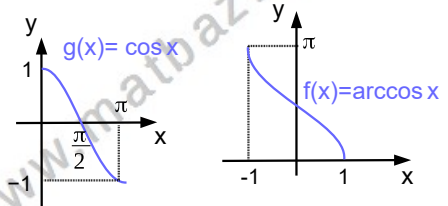
$f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$  fonksiyonu bire-bir ve örten olduğundan tersi de bir fonksiyon olur.

$x \rightarrow y = \cos x$

$f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$  olarak tanımlanmış

$x \rightarrow y = \cos^{-1} x$  fonksiyona kosinüs fonksiyonunun tersi denir.

Kısaca  $\cos x = y \Leftrightarrow x = \cos^{-1} y = \arccos y$  olur.



## TRİGONOMETRİ – 5

### TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

#### Örnek...7 :

$$\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = ?$$

#### Örnek...8 :

$$\arccos\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = ?$$

#### Örnek...9 :

$f(x) = \arccos(3x+2) - 4$  fonksiyonun tersi olan fonksiyonu bulunuz?

#### Örnek...10 :

$$\sin\left(\arccos\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\right) = ?$$

#### Örnek...11 :

$$\sin(\arccos(x)) = ?$$

### 3) ARKTANJANT FONKSİYONU

$f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu bire-bir ve örten  $x \rightarrow y = \tan x$  olduğundan tersi de bir fonksiyon olur.

$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  olarak tanımlanmış  $x \rightarrow y = \tan^{-1} x$  fonksiyona tanjant fonksiyonun tersi denir.

Kısaca  $\tan x = y \Leftrightarrow x = \tan^{-1} y = \arctan y$  olur.

#### Örnek...12 :

$$\arctan(\sqrt{3}) = ?$$

#### Örnek...13 :

$$\arctan(-1) = ?$$

#### Örnek...14 :

$$\sec\left(\arctan\left(\frac{3}{4}\right)\right) = ?$$

### 4. ARKKOTANJANT FONKSİYONU

$f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu bire-bir ve örten  $x \rightarrow y = \cot x$  olduğundan tersi de bir fonksiyon olur.

$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$  olarak tanımlanmış  $x \rightarrow y = \cot^{-1} x$  fonksiyona kotanjant fonksiyonun tersi denir.

Kısaca  $\cot x = y \Leftrightarrow x = \cot^{-1} y = \text{arccoty}$  olur.

#### Örnek...15 :

$$\text{arccot}(1) = ?$$

#### Örnek...16 :

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \text{arccot}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = ?$$

#### Örnek...17 :

$$\tan(\arcsin(0, \bar{6})) = ?$$

## TRİGONOMETRİ – 5

### TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

#### DEĞERLENDİRME

1)  $\tan\left(\arccos\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\right) = ?$

2)  $\arcsin\left(\frac{1}{5}\right) + \arcsin\left(\frac{-1}{5}\right) = ?$

3)  $\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) + \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt{7}}\right) = ?$

4)  $f(x) = 4 + 3\sin(5x + 10)$  fonksiyonun tersi olan fonksiyonu bulunuz?

5)  $f(x) = 4 + 3\arcsin(3x - 2)$  fonksiyonun tersi olan fonksiyonu bulunuz?

6)  $\left(\arccos\left(2x + \frac{5}{6}\right)\right) = \frac{\pi}{3}$  ise x kaçtır?

7)  $A = \arcsin\left(\frac{x}{2x+3}\right) = \arctan\left(\frac{x}{2x+2}\right)$  ise x kaç olabilir?

8)  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{-1}{2}\right)\right) = ?$