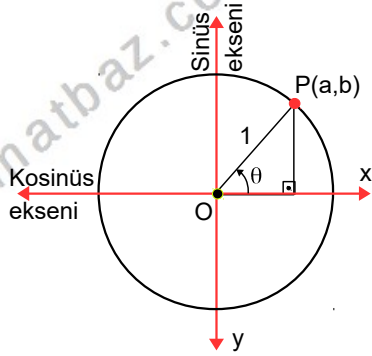


TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR BİR AÇININ KOSİNÜS VE SİNÜS DEĞERLERİ

Merkezi orijin ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim çember denir. Standart pozisyonda (Köşesi orijinde, başlangıç kenarı x eksenine ve yönü pozitif yön olan açı) ve ölçüsü θ olan açının birim çember üzerinde yay bitim noktası $P(a,b)$ olsun:



A) $\cos(\theta)=a$ olarak tanımlanır.
 O_x eksenine kosinüs eksenine denir.

θ reel sayısını $\cos \theta$ ile eşleyen fonksiyona **kosinüs fonksiyonu** denir.

Kosinüs Fonksiyonu

$$\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$$

$$\theta \rightarrow \cos \theta$$

Burada $\cos \theta$ nın değer aralığı $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ dir.

Ayrıca, $\cos(\theta + k.2\pi) = \cos \theta$ dir.

B) $\sin(\theta)=b$ olarak tanımlanır.
 O_y eksenine ise sinüs eksenine denir

θ reel sayısını $\sin \theta$ ile eşleyen fonksiyona **sinüs fonksiyonu** denir

Sinüs Fonksiyonu

$$\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$$

$$\theta \rightarrow \sin \theta$$

Burada $\sin \theta$ nın değer aralığı $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ dir.

Ayrıca, $\sin(\theta + k.2\pi) = \sin \theta$ dir.

SONUÇ

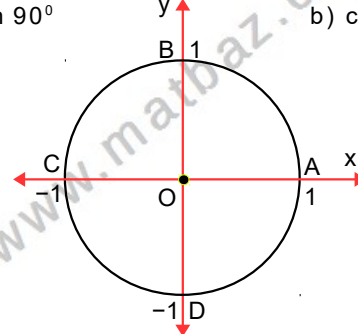
OKP dik üçgenin de $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ dir.

Örnek...1 :

Birim çember kullanarak aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

a) $\sin 90^\circ$

b) $\cos 180^\circ$



c) $\sin 225^\circ$

d) $\cos 330^\circ$

Örnek...2 :

$$\frac{\sin^2 12 + \cos^2 12 - 1}{\sin 67 + \cos 34} \cdot \sin 41$$

işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...3 :

$$\frac{8 + \cos^2 x}{\sin x + 3} + \sin x + 2$$

işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...4 :

$$a = \frac{13 + 5 \sin x}{3}$$

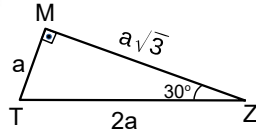
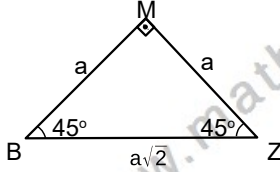
ise a kaç farklı tam sayı değeri alır?

TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Örnek...5 :

Değerleri üçgenleri kullanarak bulunuz



$$\cos 45 =$$

A) $\sin 45 =$

$$\tan 45 =$$

$$\cot 45 =$$

$$\cos 30 =$$

B) $\sin 30 =$

$$\tan 30 =$$

$$\cot 30 =$$

$$\cos 60 =$$

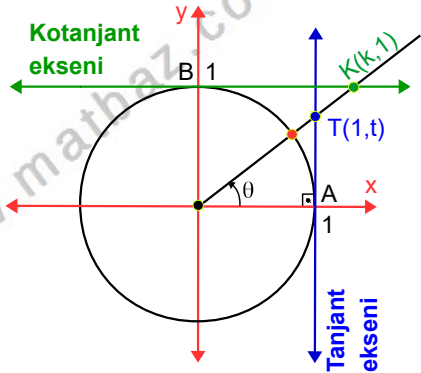
C) $\sin 60 =$

$$\tan 60 =$$

$$\cot 60 =$$

BİR AÇININ TANJANT VE KOTANJANT DEĞERLERİ

Birim çembere
A(1,0)



noktasından çizilen teğete **tanjant eksenini**, B(0,1) noktasından çizilen teğete de **kotanjant eksenini** denir.

Bir açının tanjant (kotanjant) değeri bulunurken şu adımlar izlenir :

Adım 1) Verilen açiya eşit olan pozitif yönlü standart biçimli yayın bitim noktası birim çemberde işaretlenir,

Adım 2) Yay bitim noktası ve orijini birleştiren doğru çizilir,

Adım 3) Doğru tanjant eksenini ile kesiştirilir,

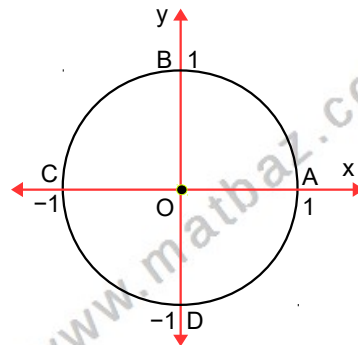
Adım 4) Kesim noktasının ordinatı açının tanjantıdır.

Aynı şekilde kotanjant değeri de yay bitim ve orijini birleştiren doğrunun (veya uzantısının) kotanjant eksenini kestiği noktanın absisidir.

Örnek...6 :

Birim çember kullanarak aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

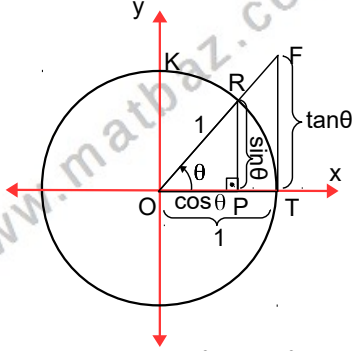
a) $\tan 60$ b) $\cot 120$ c) $\tan 225$



TRİGONOMETRİ - 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

DAR AÇILARIN TRİGONOMETRİK DEĞERLERİ



POR dik üçgeninde $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ elde edilir

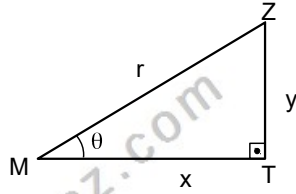
Şekildeki POR ve TOF üçgenlerinin benzerliğinden

$$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} \text{ ve}$$

$$\cot(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$

elde edilir.

Bu benzerliğin rastgele benzer bir dik üçgene uygulanmasıyla



$\cos(\theta) = \frac{x}{r}$, $\sin(\theta) = \frac{y}{r}$, $\tan(\theta) = \frac{y}{x}$, $\cot(\theta) = \frac{x}{y}$ elde edilir.

TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ ve $\tan(\theta) \cdot \cot(\theta) = 1$ dir.

Ayrıca birbirini 90° ye ($\frac{\pi}{2}$ ye)

tamamlayan açılar için

birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne;
birinin tanjantı diğerinin kottanjantına
eşittir. Yani,

$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{y}{r} = \sin(\theta), \quad \tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{y} = \cot(\theta)$$

Örnek...7 :

$$\frac{5 \sin x}{9} = \frac{\cos x}{\tan x \cdot \cot x + 2} \text{ ise } \tan x \text{ kaçtır?}$$

Örnek...8 :

$\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 90^\circ$ kaçtır?

Örnek...9 :

x dar bir açı olmak üzere, $\cos(x) = \frac{2}{3}$ ise $\sin^2(x) - \tan^2(x)$ kaçtır?

Örnek...10 :

$$\tan^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} + \sin^2 x + \cos^2 x = ?$$

Örnek...11 :

TBZ bir dik üçgen

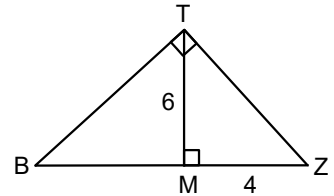
$$m(\widehat{TMZ}) = 90^\circ$$

$$m(\widehat{BTZ}) = 90^\circ$$

$$|TM| = 6br$$

$$|MZ| = 4br \text{ ise}$$

$\cos(\widehat{TBM})$ kaçtır?



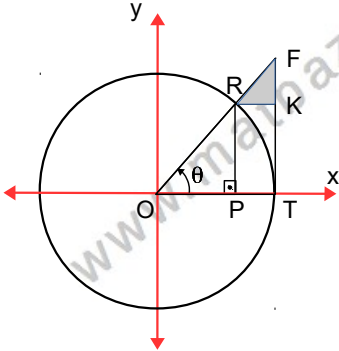
Örnek...12 :

$a = \cos 70^\circ$ $b = \sin 70^\circ$ $c = \tan 70^\circ$ sayılarını sıralayınız.

TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Örnek...13 :



şekilde O merkezli birim çember ve bu çembere T(1,0) noktasında teğet olan TF doğru parçası verilmiştir. RK//OT olduğuna göre A(RFK) kaç birim karedir?

SEKANT VE KOSEKANT FONKSİYONLARI :

Standart pozisyonda (köşesi orijin ve başlangıç kenarı O_x eksenini) verilmiş ve ölçüsü θ olan açının birim çember üzerinde gördüğü yayın bitim noktası P(x,y) noktası olsun. P(x,y) noktasında birim çembere çizilen teğetin x eksenini kestiği R noktasının apsisine θ nın sekantı ; y eksenini kestiği S noktasının ordinatına θ nın kosekantı denir. θ reel sayısını sec θ ile eşleyen fonksiyona sekant fonksiyonu; cosec θ ile eşleyen fonksiyona ise kosekant fonksiyonu denir.

SONUÇLAR

$$\operatorname{cosec}(\theta) = \frac{1}{\sin \theta} \quad \sec(\theta) = \frac{1}{\cos \theta}$$

Örnek...14 :

Tabloda boş kalan yerleri doldurunuz.

	1. Bölge	2. Bölge	3. Bölge	4. Bölge
cos				
sin		+		
tan				-
cot				
sec				

Örnek...15 :

$a = \cos 190^\circ$, $b = \sin 170^\circ$, $c = \tan 70^\circ$, $d = \sec 320^\circ$
 $e = \operatorname{cosec} 179^\circ$ sayılarının işaretlerini belirleyiniz.

Örnek...16 :

$$\sqrt{2} \cdot (\tan 30^\circ \cos 45^\circ + \operatorname{cosec} 60^\circ \sin 45^\circ) = ?$$

Örnek...17 :

$\frac{1 - \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

Örnek...18 :

$\frac{1}{1 + \tan^2 x} + \frac{1}{1 + \cot^2 x}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

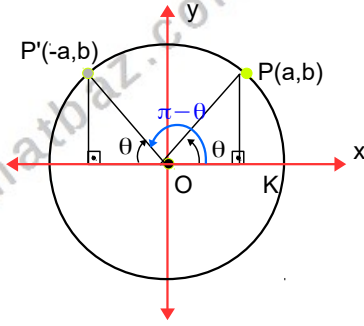
TRİGONOMETRİ - 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

İNDİRGEME BAĞINTILARI

Şekli inceleyiniz.

Birim çemberde standart biçimde ve ölçüsü θ radyan olan bir dar açı alalım. Bu açının gördüğü yayın bitim noktasının koordinatı $P(a,b)$ olsun.
 $\cos \theta = a$, $\sin \theta = b$, $\tan \theta = b/a$ olmak üzere, $\pi - \theta$ ve $\frac{\pi}{2} - \theta$ türündeki açılarının trigonometrik oranları şöyle hesaplanır.

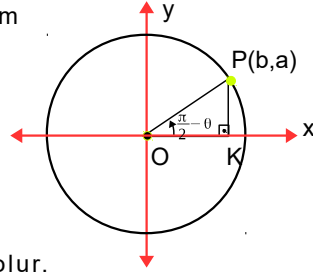


$\pi - \theta$ BİÇİMİNDEKİ AÇILAR

$\pi - \theta$ 'lık yayın bitim noktası $P'(-a,b)$ olacağından :
 $\cos (\pi - \theta) = -a = -\cos \theta$
 $\sin (\pi - \theta) = b = \sin \theta$
 $\tan (\pi - \theta) = -b/a = -\tan \theta$
 $\cot (\pi - \theta) = -a/b = -\cot \theta$ olur.

$\frac{\pi}{2} - \theta$ BİÇİMİNDEKİ AÇILAR

$\frac{\pi}{2} - \theta$ 'lık yayın bitim noktası $P(b,a)$ olacağından :
 $\cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = b = \sin \theta$
 $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = a = \cos \theta$
 $\tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$
 $\cot \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta$ olur.



GENELLEME (GENEL İNDİRGEME BAĞINTISI)

Ölçüsü $\left(\frac{\pi}{2} \mp \theta\right)$ ($\pi \pm \theta$) $\left(\frac{3\pi}{2} \mp \theta\right)$ ($2\pi - \theta$) olarak verilen ifadelerde π sadeleştirilmesi için

Adım 1 Açının bölgesinden yararlanılarak işaret bulunur. (Açı daima dar kabul edilir)

Adım 2 $\pi, 2\pi$ için isim değiştirilmez,
 $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ için isim $\sin \leftrightarrow \cos$, $\tan \leftrightarrow \cot$ şeklinde değiştirilir.

Örnek...19 :

Aşağıdaki ifadelerin özdeşlerini bulunuz.

- 1) $\tan(180+x)$
- 2) $\cos(90+2x)$
- 3) $\sin(270-4x)$
- 4) $\cot(90-7x)$
- 5) $\cos(360-4x)$
- 6) $\tan(270+8x)$
- 7) a) $\cos(-x)$
b) $\sin(-x)$
c) $\tan(-x)$
d) $\cot(-x)$
e) $\operatorname{cosec}(-x)$
- 8) $\sin(-5x)$
- 9) $\tan(9x-270)$
- 10) $\cot(4x-180)$
- 11) $\cos 240 + \sin 150$
- 12) $\tan 135^\circ - \cos(-240) = ?$

TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

DEĞERLENDİRME

1) $\sin x + \cos x = 0,7$ ise $\sin x \cdot \cos x$ kaçtır?

2) $\sin x = 0,8$ ise $\sin^4 x + \cos^4 x$ kaçtır?

3) $\cos x - \sin x = m$ ise $\cos^3 x - \sin^3 x$ m türünden nedir?

4) $\tan x + \cot x = m$ ise $\tan^3 x + \cot^3 x$ m türünden nedir?

5) $a = \cos 10^\circ$, $b = \cos 20^\circ$, $c = \sin 50^\circ$ sayılarını sıralaması nasıldır?

6) $a = \tan 100^\circ$, $b = \tan 120^\circ$, $c = \tan 150^\circ$ sayılarını sıralaması nasıldır?

7) $\tan 1^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \tan 5^\circ \dots \dots \dots \tan 89^\circ$ kaçtır?

8) $\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} + \cos^3 x + \cos x \cdot \sin^2 x$ ifadesinin en sade hali nedir?

9) $\left(\frac{\sin x}{1 - \cos x} - \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) \cdot \tan x$ ifadesinin en sade hali nedir?

10) $\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x - \operatorname{cosec}^2 x + \cot^2 x}$ ifadesinin en sade hali nedir?

11) $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = ?$

12) $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin(x - 2\pi)}{\cot\left(\frac{5\pi}{4}\right)}$ ifadesinin en sade hali nedir?

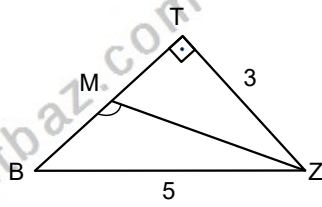
TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

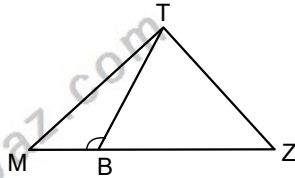
13) $\sin x = a$ ise $\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin(-\pi - x)$ ifadesinin a türünden eşiti nedir?

14) $x + y = \frac{\pi}{5}$ ve $\sin x = 0,3$ ise $\cos(4x + 5y)$ kaçtır?

15) Şekilde M orta nokta, TBZ dik üçgendir.
 $|TZ| = 3br$,
 $|BZ| = 5br$ ise
 $\cos(\widehat{BMZ})$ kaçtır?



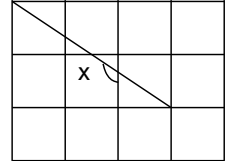
16) Şekilde MTZ eşkenar üçgendir.
 $|MZ| = 4 \cdot |MB|$, ise
 $\cos(\widehat{MBT})$ kaçtır?



17) $\tan 24^\circ = p$ ise $\frac{\tan 114^\circ - \tan 156^\circ}{\tan 564^\circ - \tan 225^\circ}$ ifadesinin p türünden eşiti nedir?

18) $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$ kaçtır?

19) Eş kareler kullanılarak elde edilen şekilde ki x açısı için $\tan x$ kaçtır?



20) $0 < x < 45^\circ$ olmak üzere, $\sin 2x = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, $\tan x + \cot x$ kaçtır?