

İKİNCİ DERECE DENKLEMLER-4

PARABOL

PARABOL

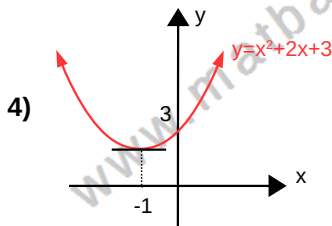
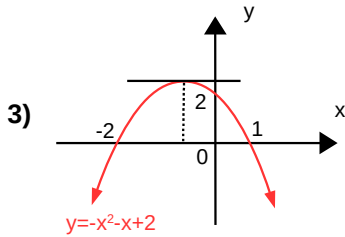
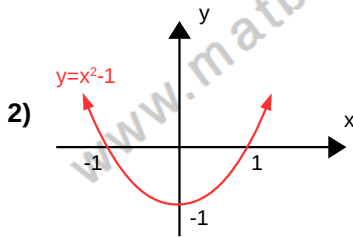
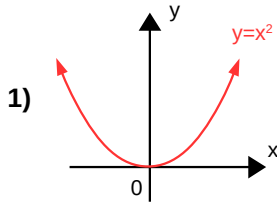
$a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ olmak koşuluyla $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonuna ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyon ve bu fonksiyonun belirttiği eğriye de parabol denir.

Örnek...1 :

$f(x) = 2x^2 - 5x + 6$ parabolü $K(2, p)$ noktasından geçiyorsa p kaçtır?

Örnek...2 :

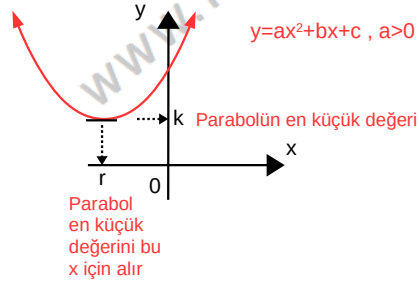
Aşağıda çeşitli parabol grafikleri verilmiştir inceleyiniz.



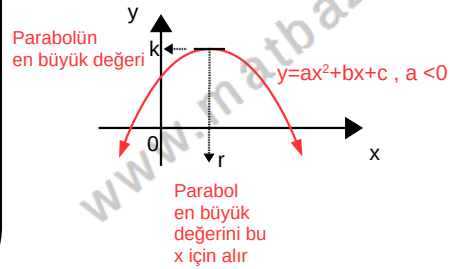
Uyarı

Bir parabolün grafiği başkatsayı olan a sayısına bağlı olarak iki şekilde olabilir.

$a > 0$ için kollar yukarı ve parabol bir en küçük değere sahip,



$a < 0$ için kollar aşağı ve parabol bir en büyük değere sahiptir



Her iki durumda da elde edilen ekstremum (yani en küçük veya en büyük değer) tepe noktası denilen noktada elde edilir. (Tanım kümesi tüm reel sayılar)

Tepe noktası, apsisi $x = r = -\frac{b}{2a}$ olan $T(r, f(r))$ olan noktasıdır.

$x = r$ doğrusuna simetri eksenini de denir.

Burada $f(r)$ değeri $a > 0$ için parabolde x 'e verilebilecek tüm değerler için en büyük görüntü değeridir. (benzer şekilde $a < 0$ en küçük görüntü değeridir.)

İKİNCİ DERECE DENKLEMLER-4

PARABOL

Örnek...3 :

Aşağıda reel sayılarda tanımlanmış fonksiyonlar verilmiştir. Fonksiyonların tepe noktalarını bulunuz ve bulduğunuz değer en büyük mü en küçük mü olduğunu belirtiniz

1) $f(x)=x^2-4x+6$

2) $f(x)=2x^2-8x+1$

3) $f(x)=x+6-x^2$

Örnek...4 :

$f(x)=24x+8-mx^2$ fonksiyonunun simetri eksenini $x=2$ doğrusu ise m kaçtır?

Örnek...5 :

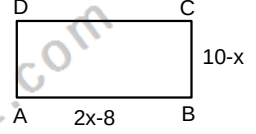
$f(x)=2x^2-12x+p$ fonksiyonunun en küçük değeri -4 ise p kaçtır?

Örnek...6 :

$f(x)=x^2-(k-2)x+k-23$ fonksiyonunun tepe noktası Oy eksenindeyse bu parabolün en küçük değeri kaçtır?

Örnek...7 :

Şekilde bir kenarı $2x-8$, diğer kenarı $10-x$ olan dikdörtgen veriliyor. Bu dikdörtgenin alanı en çok kaç birim karedir?



Örnek...8 :

Türk lirası olarak x alış ve y satış fiyatına sahip bir malın satış ve alış fiyatı arasında $y=13x-x^2-20$ bağıntısı vardır. Bu alışverişte kar en fazla kaç TL olur?

PARABOLÜN GRAFİĞİ

Bir parabol grafiği daima y eksenini keser. Bu nokta için $x=0$ verilerek ordinat elde edilir. Grafiğin x eksenini kesme durumu $y=ax^2+bx+c=0$ denkleminin çözüm kümesine bağlıdır.

Örnek...9 :

$f(x)=x^2-7x+12$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaları bulunuz.

Örnek...10 :

$f(x)=x^2-4x-32$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaları köşe kabul eden üçgenin alanı kaç birim karedir?

İKİNCİ DERECE DENKLEMLER-4

PARABOL

Örnek...11 :

$f(x)=x^2-4x+m$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktalar arasındaki mesafe 5 birimse m kaçtır?

Örnek...12 :

$f(x)=mx^2-4x+2$ fonksiyonunun Ox eksenine teğet olması için m kaç olmalıdır?

Örnek...13 :

$f(x)=(p-2)x^2-4x+p+2$ fonksiyonunun Ox eksenine negatif tarafta teğet olması için m kaç olmalıdır?

$y=ax^2+bx+c$ Parabolünün Çizimi

1. Grafik y eksenini (0,c) noktasında keser

2. $y=f(x)=ax^2+bx+c$ parabolünde $\Delta=b^2-4ac$ olmak üzere a) $\Delta>0$ için parabol x eksenini 2 farklı noktada keser

b) $\Delta<0$ için parabol x eksenini kesmez

c) $\Delta=0$ için parabol x eksene teğettir.

3. Grafik $x=r=\frac{-b}{2a}$ dan geçen doğruya göre simetrik olup T(r,k) için a'nın durumuna göre en büyük veya en küçük değerini alır

4. Grafik eksenleri kestiği nokta(lar) ve tepe noktasından geçecek biçimde çizilir. ($a>0$ için kollar yukarı $a<0$ için kollar aşağı yönlü)

Sınırlı aralıkta tanımlı paraboller çizilirken önce parabolün tamamını çizer sonra istenmeyen kısmı atarız.

Örnek...14 :

Parabolleri reel sayılarda tanımlı olarak çiziniz

1) $y=f(x)=x^2-4x-32$

2) $y=-x^2-6x$

3) $y=x^2+2x+3$

4) $y=x^2-10x+25$

İKİNCİ DERECE DENKLEMLER-4

PARABOL

Örnek...15 :

Fonksiyonları tanım kümesi $[-1,4)$ olarak çiziniz

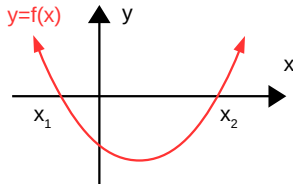
1) $f(x) = x^2 - 4x - 32$

2) $f(x) = x^2 + 6x - 7$

GRAFİĞİ VERİLEN PARABOLÜN DENKLEMİNİN BULUNMASI

A) x eksenini kestiği noktaları bilinen parabol

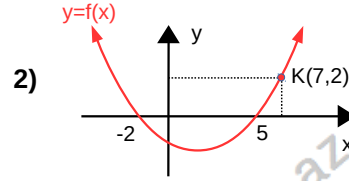
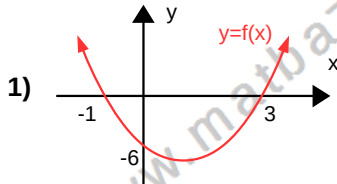
Şekildeki parabolün denklemi



$y = f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ olarak ifade edilebilir. Burada a'yı bulmak için daha önceki noktalardan farklı bir nokta kullanırız.

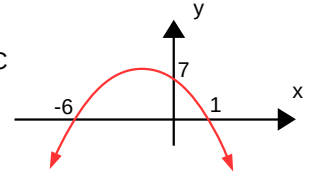
Örnek...16 :

Parabollerin denklemlerini oluşturunuz



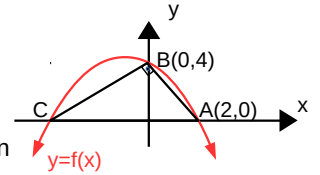
Örnek...17 :

Şekildeki parabol x eksenini $A(-6,0)$ ve $B(1,0)$ noktalarında C eksenini ise $C(0,7)$ de kesiyor. Parabolün tepe noktasını bulunuz?



Örnek...18 :

Şekildeki parabol x eksenini $A(2,0)$ ve C, y eksenini ise $B(0,4)$ noktalarında kesiyor. ABC dik üçgendir. Fonksiyonun görüntü kümesindeki en büyük sayıyı bulunuz?

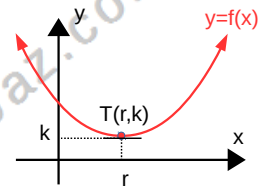


B) Tepe Noktası verilen parabolün denklemi

Şekildeki parabolün denklemi

$y = f(x) = a(x - r)^2 + k$ olarak ifade edilebilir.

Burada a'yı bulmak için daha önceki noktalardan farklı bir nokta kullanırız.

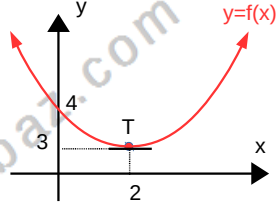


İKİNCİ DERECE DENKLEMLER-4

PARABOL

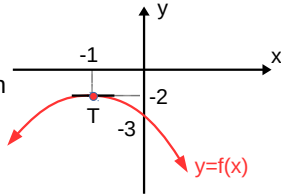
Örnek...19 :

Tepe noktası $T(2,3)$ olan ve y eksenini $L(0,4)$ noktasında kesen parabolün denklemini bulunuz



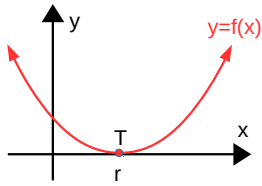
Örnek...20 :

Tepe noktası $T(-1,-2)$ olan ve y eksenini $R(0,-3)$ noktasında kesen parabolün denklemini bulunuz



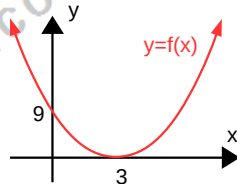
C) x eksenine teğet parabolün denklemleri

Şekildeki parabolün denklemleri $y=f(x)=a(x-r)^2$ olarak ifade edilebilir. Burada a yı bulmak için daha önceki noktalardan farklı bir nokta kullanırız.



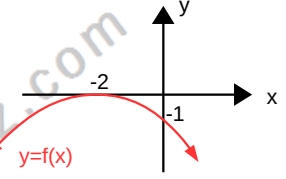
Örnek...21 :

Şekilde $A(3,0)$ noktasında x eksenine teğet parabol y eksenini $B(0,9)$ noktasında kesiyorsa parabolün denklemini bulunuz.



Örnek...22 :

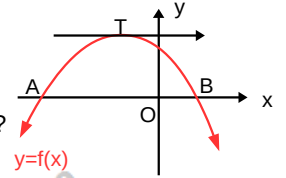
Şekilde $K(-2,0)$ noktasında x eksenine teğet $y=f(x)$ parabolü y eksenini $B(0,-1)$ noktasında kesiyorsa $f(1)$ değeri kaçtır?



Örnek...23 :

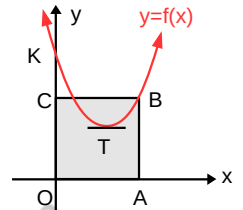
Şekilde denklemleri $y=-x^2-4x+k+2$ olan parabolün grafiği veriliyor.

5. $|OB|=|AO|$ ise T noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?



Örnek...24 :

Şekilde tepe noktası $T(3,1)$ olan parabol y eksenini $K(0,10)$ noktasında kesiyor. $OABC$ karesinin B köşesi parabol üzerindedir. Bu karenin alanı kaç birim karedir?



İKİNCİ DERECE DENKLEMLER-4

PARABOL

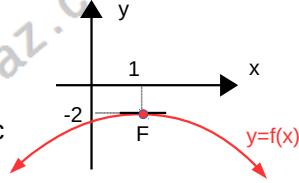
DEĞERLENDİRME

- 1) $f(x) = 2x^2 - 6x - m$ parabolü x eksenine teğettir. Bu parabolün y eksenini kestiği noktanın ordinatı nedir?

- 2) $f(x) = x^2 - 5x - 12$ parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamı en az kaçtır?

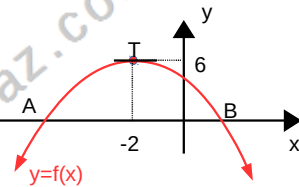
- 3) $2x + y = 9$ doğrusu üzerindeki bir noktanın koordinatları çarpımı en çok kaçtır?

- 4) Şekilde tepe noktası $F(1, -2)$ olan $y = x^2 + (b-3)x + c$ parabolü veriliyor. $b+c$ kaçtır?

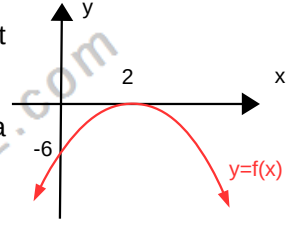


- 5) $f: [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 8$ fonksiyonunun görüntü kümesinde kaç farklı tamsayı vardır?

- 6) Şekilde tepe noktası T noktası olan parabol verilmiştir. Buna göre A ve B noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

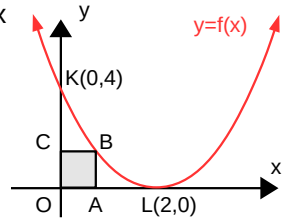


- 7) Şekilde Ox eksenine $A(2, 0)$ noktasında teğet olan ve denklemleri $f(x) = ax^2 + bx + c$ olan parabol verilmiştir. Buna göre $a+b+c$ kaçtır?



- 8) $f(x) = (p+3)x^2 - 4x + p - 3$ fonksiyonunun Ox eksenine pozitif tarafta teğet olması için m kaç olmalıdır?

- 9) Şekilde $L(2, 0)$ noktasında x eksenine teğet parabol y eksenini $K(0, 4)$ noktasında kesiyor. OABC karesinin alanı kaç birim karedir?



- 10) Şekildeki ABCD dikdörtgeninin D ve C köşeleri $y = 6x - x^2$ parabolü üzerinde AB kenarı da x eksenindedir. Dikdörtgenin çevresi en çok kaç birim kare olabilir?

