

İKİNCİ DERECEDE DENKLEMLER -1

DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİ

İKİNCİ DERECEDE DENKLEMLER

a, b, c birer reel sayı $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ ifadesine ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

Örnek...1 :

$x^m - (m-2)x - 1 = 0$ ifadesi ikinci dereceden bir denklem belirtiyorsa m kaçtır?

$ax^2 + bx + c = 0$ denklemini eğer sağlayan değer veya değerler varsa bu ifadelere kök denir. Köklerin oluşturduğu kümeye de çözüm kümesi denir.

Örnek...2 :

$x^2 + 6x + k + 19 = 0$ denkleminin bir kökü $x = -3$ ise , k kaçtır?

Örnek...3 :

$x^2 + mx + n + 1 = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\mathbb{C}_k = \{-1, 0\}$ ise , $m+n$ kaçtır?

Örnek...4 :

$3x^2 + 6x - 2 = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\mathbb{C}_k = \{x_1, x_2\}$ ise $x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + 2x_2 + \frac{5}{3}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

Örnek...5 :

$x^2 + 3x - 1 = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\mathbb{C}_k = \{x_1, x_2\}$ ise $x_1 - \frac{1}{x_1}$ kaçtır?

Hatırlatmalar

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Örnek...6 :

Denklemlerin çözümlerini araştırınız.

1) $x^2 - 9 = 0$

2) $(2+x)^2 - 9 = 0$

3) $3x^2 - 1 = 0$

4) $x^2 - x - 12 = 0$

5) $5x^2 + 3 = 0$

6) $x^2 - 4x = 0$

7) $5x^2 + 3x = 0$

8) $x^2 - 4x + 4 = 0$

9) $2x^2 + 12x + 18 = 0$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER -1

DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİ

Örnek...7 :

Denklemleri tam kareye tamamlayarak çözüünüz

1) $x^2-4x+2=0$

2) $x^2-16x+40=0$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER İÇİN DELTA YÖNTEMİ

$ax^2+bx+c=0$ ise $a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})=0$ ve $\frac{b^2}{4a^2}$

terimini ekleyip çıkaralım

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}=0 \text{ ve buradan}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

her iki tarafın karekökü alınırsa

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}=\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \text{ ve buradan}$$

$$\left|x+\frac{b}{2a}\right|=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

burada $b^2-4ac=\Delta$, (Δ delta, diskriminant) olarak kısaltılırsa denklemin kökleri

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ve } x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

olarak elde edilir.

Uyarı

$\sqrt{b^2-4ac}$ ifadesinin reel (gerçek) sayı belirtmesi için $b^2-4ac=\Delta\geq 0$ olmalıdır.

Örnek...8 :

Denklemlerin gerçek sayılarda çözüm kümelerini delta bağıntısını kullanarak çözüünüz

1) $x^2-4x-5=0$

2) $x^2-2x-15=0$

3) $x^2-4x+2=0$

4) $x^2-3x+1=0$

5) $2x^2-5x+1=0$

6) $3x^2+1=0$

UYARI

$\Delta>0$ için iki farklı kök vardır

$\Delta=0$ için eşit iki kök vardır (çakışık, katlı kök)

$\Delta<0$ için reel kök yoktur.

İKİNCİ DERECE DENKLEMLER -1

DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİ

Örnek...9 :

$2x^2 - 10x + m = 0$ denkleminin reel kökü yoksa m nasıl seçilmelidir?

Örnek...10 :

$2x^2 - (m-2)x + 8 = 0$ denkleminin eşit kökleri varsa m nasıl seçilmelidir?

Örnek...11 :

$(k-2)x^2 + 2x - 12 = 0$ denkleminin farklı iki reel kökü varsa k tamsayı olarak en az kaç olur?

Köklü denklemlerde çözüm araştırılırken köklü ifadeyi yalnız bırakıp kare alınarak çözüm araştırılabilir. Bulunan kök veya kökler mutlaka ilk denkleme denemelidir

Örnek...12 :

$x - \sqrt{x+3} = 3$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Mutlak değerli denklemler genel yöntemlerle veya kritik nokta ile parçalanarak çözülebilir

Örnek...13 :

$|x^2 - x| = |x - 1|$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...14 :

$x^2 + |x| = 6$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER -1

DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİ

DEĞERLENDİRME

1) Denklemlerin reel sayılarda çözüm kümelerini bulunuz.

• $\frac{x^2}{9} - 25 = 0$

• $2x^2 - 9 = 0$

• $5x^2 + 3x = 0$

• $x^2 + (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$

• $2x^2 + 5x + 4 = 0$

• $(2x^2 - 8)(x^2 - 9) = 0$

• $(x^2 + x - 1)(4x^2 - 12) = 0$

2) $ux^2 + 3x + 12 = 0$ denkleminin bir kökü $x_1 = -3$ ise diğer kökü kaçtır?

3) $x^2 + 5x - 1 = 0$ denkleminin çözüm kümesi

$\mathcal{C}_k = \{x_1, x_2\}$ ise $x_1^2 + \frac{1}{x_1}$ kaçtır ?

4) $x^2 + 8x - 2 = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\mathcal{C}_k = \{m, n\}$ ise $4(m^2 + 8m)n + n^2 + 10$ kaçtır ?

5) $3x^2 - u \cdot x + k = 0$ denkleminin eşit kökleri varsa k sayısının u sabiti cinsinden değeri nedir?

6) $x^3 + 8x^2 - (3-u)x = 0$ denkleminin üç farklı reel kökü varsa u nasıl seçilmelidir?

7) $x - \sqrt{x+18} = 2$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

8) $x^2 + |x-2| = 4$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

9) $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

10) $\begin{cases} x \cdot y = 8 \\ x + y = -6 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz