

DÖRTGENLER

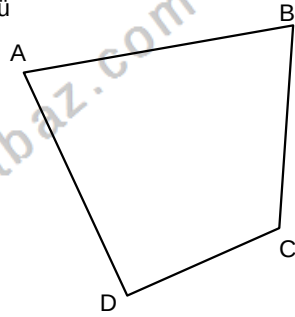
(DÖRTGEN TANIMI – DÖRTGEN ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

DÖRTGEN TANIMI

Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan dört noktanın birleştirilmesiyle elde edilen kapalı şekle dörtgen denir.

Temel elemanlar:
4 AÇI, 4 KÖŞE,
4 KENAR dır.

Bu açılar, köşeler ve kenarlar komşu ya da karşılıklıdır.



KÖŞEGEN, ORTA TABAN VE AĞIRLIK MERKEZİ

Karşılıklı iki köşeyi birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir. [AC] ve [BD] köşegendir.

Karşılıklı iki kenarın orta noktalarını birleştiren doğru parçasına **orta taban** denir.

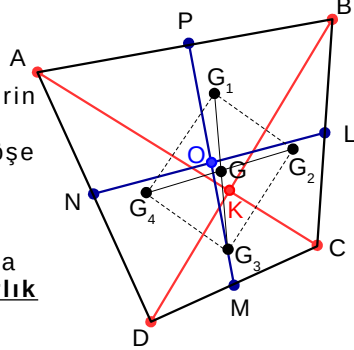
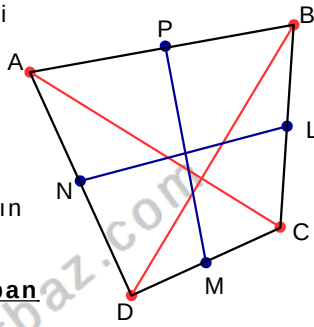
P, L, M, N kenar orta noktaları olmak üzere, [PM] ve [NL] orta tabandır.

Köşegenlerin kesişmesiyle oluşan üçgenlerin ağırlık merkezlerini köşe kabul eden paralelkenarın köşegenlerinin kesim noktasına **dörtgenin ağırlık merkezi** denir.

G_1, G_2, G_3, G_4 üçgenlerin ağırlık merkezidir.

$[G_1G_3] \cap [G_2G_4] = \{G\}$ dir.

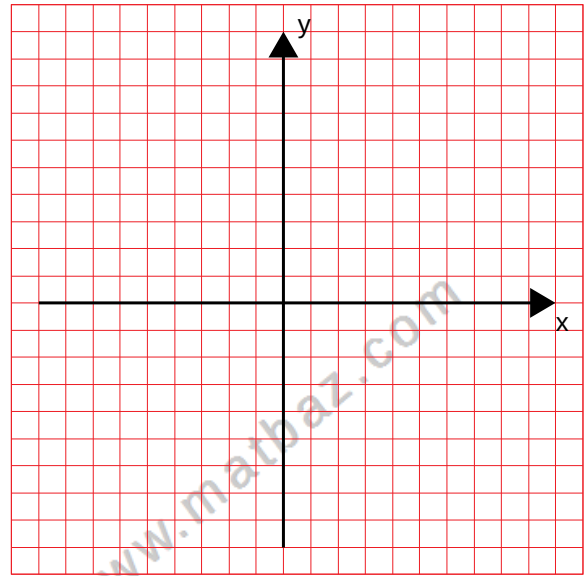
G: Dörtgenin ağırlık merkezi,
O: Orta tabanların kesim noktası,
K: Köşegenlerin kesim noktasıdır.



Örnek...1 :

A (-2, 8) B (2, 5) C (7, -7) D (-1, -1) noktalarını köşe kabul eden ABCD dörtgenini

- Analitik düzlemde çiziniz.
- Kenar uzunluklarını bulunuz.
- [BD] köşegen uzunluğunu bulunuz.
- [CD] kenarını taşıyan doğrunun eğimini bulunuz.
- Orta tabanlarını çizim üzerinde gösteriniz.



DÖRTGENLER

(DÖRTGEN TANIMI – DÖRTGEN ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

DIŞBÜKEY İÇBÜKEY DÖRTGEN

Dışbükey Dörtgen İçbükey Dörtgen

$x, y, z, w < 180^\circ$ $\beta > 180^\circ$

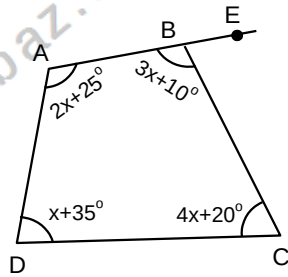
☺ : Aksi belirtilmedikçe dörtgen denildiğinde dış bükey dörtgen anlaşılacaktır.

DÖRTGENİN AÇI ÖZELLİKLERİ :

- 1) Dörtgenin iç açıları toplamı 360° dir. NEDEN?
- 2) Dörtgenin dış açıları toplamı 360° dir. NEDEN?

Örnek...2 :

ABCD dörtgen ve A, B, E doğrusal olduğuna göre, \widehat{CBE} açısı kaç derecedir?

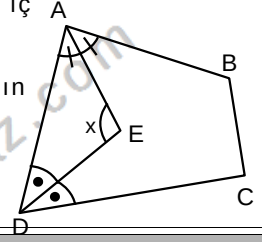


Örnek...3 :

Bir dörtgenin dış açıları sırasıyla 3, 4, 5, 6 sayıları ile orantılı olduğuna göre, en büyük iç açısı kaç derecedir?

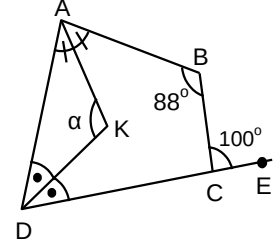
3) Dörtgenin komşu iki iç açısının açı ortayları arasında kalan açının ölçüsü diğer iki iç açının aritmetik ortasıdır.

$$m(\widehat{AED}) = x = \frac{m(\widehat{B}) + m(\widehat{C})}{2}$$



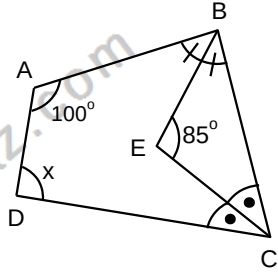
Örnek...4 :

ABCD dörtgeninde D, C, E doğrusal olmak üzere, $m(\widehat{AKD}) = \alpha$ açısının ölçüsü kaç derecedir?



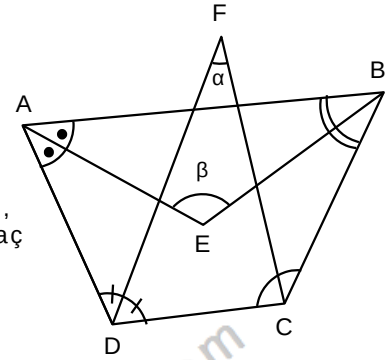
Örnek...5 :

ABCD dörtgeninde, $m(\widehat{BAD}) = 100^\circ$ $m(\widehat{CEB}) = 85^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADC}) = x$ açısının ölçüsü kaç derecedir?



Örnek...6 :

ABCD dörtgeninde verilenlere göre, $\alpha + \beta$ toplamı kaç derecedir?

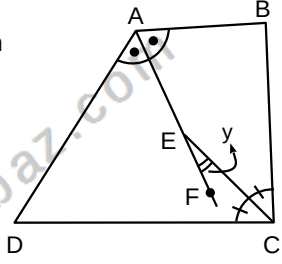


DÖRTGENLER

(DÖRTGEN TANIMI – DÖRTGEN ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

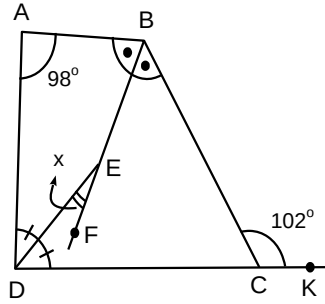
4) Dörtgende karşılıklı iki iç açının açı ortaylarının kesişmesiyle oluşan dar açının ölçüsü, diğer iki iç açının ölçüleri farkının mutlak değerinin yarısıdır.

$$m(\widehat{CEF})=y=\frac{|m(\widehat{B})-m(\widehat{D})|}{2}$$



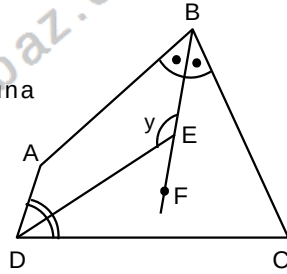
Örnek...7 :

ABCD dörtgeninde B, E, F ve D, C, K doğrusaldır. Verilenlere göre, $m(\widehat{FED})=x$ açısı kaç derecedir?



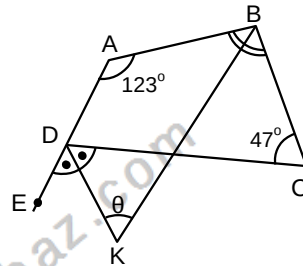
Örnek...8 :

ABCD dörtgeninde B, E, F doğrudur $m(\widehat{A})=m(\widehat{C})+64$ olduğuna göre, $m(\widehat{BED})=y$ kaç derecedir?

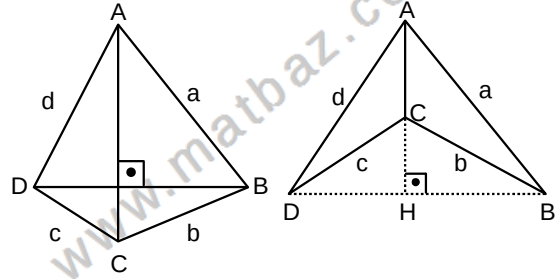


Örnek...9 :

ABCD dörtgeninde A, D, E doğrudur $[DK]$ ve $[BK]$ açıortaydır. Verilenlere göre, $m(\widehat{BKD})=\theta$ kaç derecedir?



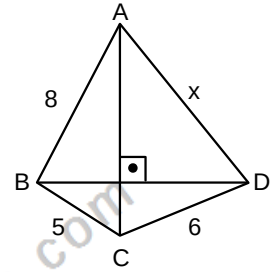
KÖŞEĞENLERİ DİK KESİŞEN DÖRTGEN :



ABCD dörtgeninde $[AC] \perp [BD]$ ise $a^2+c^2=b^2+d^2$ eşitliği sağlanır.

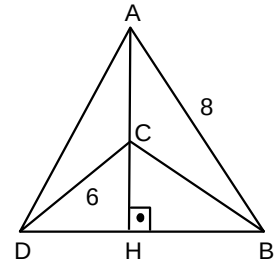
Örnek...10 :

ABCD dörtgeninde, $[AC] \perp [BD]$, $|AB|=8$ cm, $|BC|=5$ cm ve $|CD|=6$ cm ise $|AD|=x$ kaç cm dir?



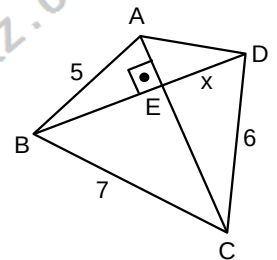
Örnek...11 :

ABCD dörtgeninde, $[AH] \perp [BD]$, $|AB|=8$ cm, $|CD|=6$ cm, $|AD|=3 \cdot |BC|$ ise $|AD|$ kaç cm dir?



Örnek...12 :

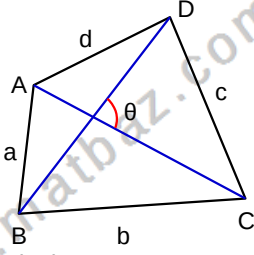
ABCD dörtgeninde, $[AC] \perp [BD]$, $|AB|=5$ cm, $|BC|=7$ cm, $|CD|=6$ cm ve $|AE|=2\sqrt{2}$ cm ise $|ED|=x$ kaç cm dir?



DÖRTGENLER

(DÖRTGEN TANIMI - DÖRTGEN ÖZELLİKLERİ - DEĞERLENDİRMELER)

DÖRTGENİN ÇEVRESİ VE ALANI



ABCD dörtgeninde,
Çevre(ABCD)=a+b+c+d birimdir.

$$\text{Alan(ABCD)}_1 = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin \theta \text{ br}^2$$



ABCD **kirişler dörtgeni** ve $2 \cdot u = a + b + c + d$ olmak üzere;

$$\text{Alan(ABCD)}_2 = \sqrt{(u-a) \cdot (u-b) \cdot (u-c) \cdot (u-d)}$$



Köşe koordinatları; $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ve $D(x_4, y_4)$ olan dörtgenin alanı;

$$\text{Alan(ABCD)}_3 = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot |x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_4 + x_4 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_1 - x_3 \cdot y_2 - x_4 \cdot y_3 - x_1 \cdot y_4|$$



$\vec{AC} = \vec{p}$ ve $\vec{BD} = \vec{q}$ olmak üzere;

$$\text{Alan(ABCD)}_4 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\|\vec{p}\|^2 \cdot \|\vec{q}\|^2 - \langle \vec{p}, \vec{q} \rangle^2} \text{ dir.}$$

(Burada kullanılan iç çarpım ilerde anlatılacaktır)



$\vec{AC} = (a, b)$ ve $\vec{BD} = (c, d)$ köşegen vektörleri olmak üzere;

$$\text{Alan(ABCD)}_5 = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot (a \cdot d - b \cdot c) \text{ dir.}$$

(Sonuç negatif ise mutlak değeri alınır.)

Örnek...13 :

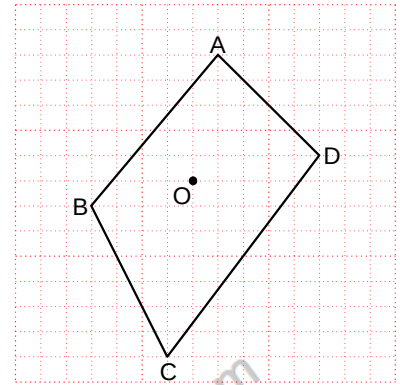
Köşegen uzunlukları 14 ve 12 cm olan bir dörtgenin alanı $42\sqrt{2}$ cm² olduğuna göre, köşegenler arasındaki açı kaç derecedir?

Örnek...14 :

Kenar uzunlukları 4, 6 ve 9 birim olan bir dörtgenin çevresinin en büyük tam sayı değeri kaç birimdir?

Örnek...15 :

Birim karelerden oluşan şekilde O noktası dik koordinat sisteminin orijini. ABCD dörtgeninin çevresi ve alanını hesaplayınız.



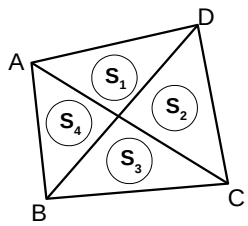
DÖRTGENLER

(DÖRTGEN TANIMI – DÖRTGEN ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

Örnek...16 :

Köşegen vektörleri $\vec{AC}=(4,2)$ ve $\vec{BD}=(-3,5)$ olan ABCD dörtgeninin alanı kaç birim karedir?

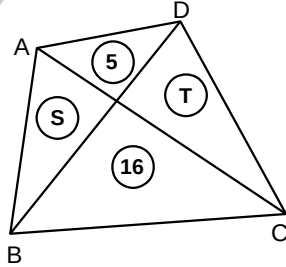
ABCD dörtgeninde [AC] ve [BD] köşegenlerinin çizilmesiyle oluşan üçgenlerin alanları S_1, S_2, S_3 ve S_4 olmak üzere,



$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ tür.

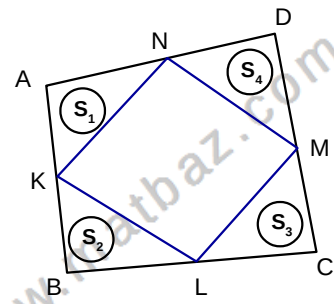
Örnek...17 :

ABCD dörtgeninin köşegenleri ile dört üçgen alanı şekildeki gibi oluşturuluyor. S ve T tam sayı olduğuna göre, Alan(ABCD) en küçük kaç cm^2 olur?



Örnek...18 :

Köşelerinin koordinatları $A(-3,5)$ $B(-4,-2)$ $C(7,-1)$ ve $D(6,8)$ olan ABCD dörtgeninin alanını hesaplayınız.

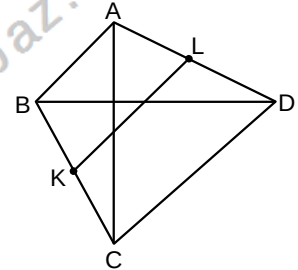


ABCD dörtgeninde K, L, M, N buldukları kenarların orta noktalarıdır. $|AC|=e$ birim ve $|BD|=f$ birim olmak üzere,

- 1) KLMN dörtgeni paralelkenardır.
- 2) Çevre(KLMN) = $e+f$ dir.
- 3) Alan(KLMN) = $\frac{\text{Alan}(ABCD)}{2}$ dir.
- 4) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$ tür.

Örnek...19 :

ABCD dörtgeninde $[AC] \perp [BD]$, K ve L buldukları kenarların orta noktalarıdır. $|AC|=12$ br $|BD|=8$ br olduğuna göre, $|KL|$ uzunluğu kaç birimdir?



Örnek...20 :

Alanı $68 cm^2$ olan bir dörtgenin üç kenarının orta noktaları birleştirilerek elde edilen üçgenel bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

DÖRTGENLER

(DÖRTGEN TANIMI – DÖRTGEN ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

Örnek...21 :

ABCD dörtgeninde K, L, M kenarların orta noktalarıdır.

$$|KM| = 10 \text{ br,}$$

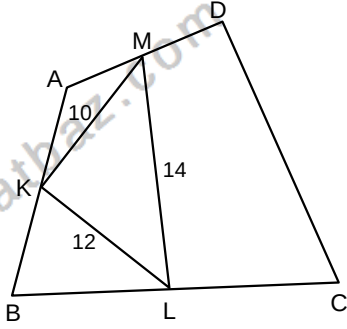
$$|KL| = 12 \text{ br,}$$

$$|LM| = 14 \text{ br}$$

olduğuna göre,

Alan(ABCD)

kaçtır?



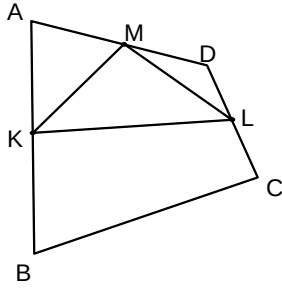
Örnek...22 :

ABCD dörtgeninde K, L, M kenarların orta noktalarıdır.

$$|KM| = |LM| = 6\sqrt{5} \text{ br,}$$

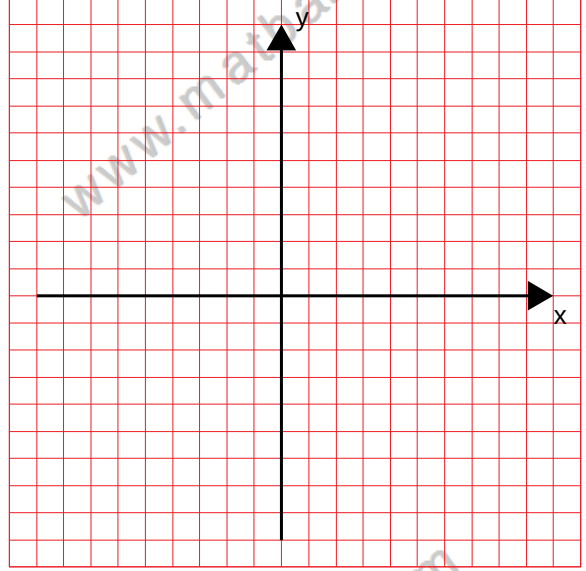
$$|KL| = 12 \text{ br ise}$$

Alan(ABCD) kaçtır?



Örnek...23 :

A (6, 0) B (0, -9) C (-3, 0) D (0, 6) noktalarını köşe kabul eden ABCD dörtgenini analitik düzlemde çizip, ağırlık merkezini bulunuz.

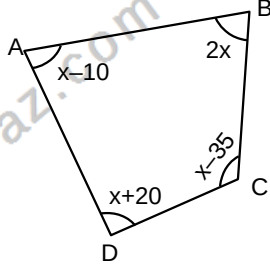


DÖRTGENLER

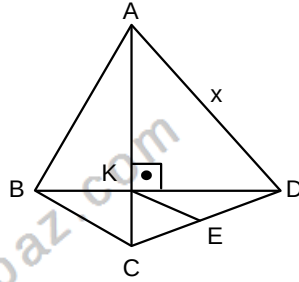
(DÖRTGEN TANIMI – DÖRTGEN ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

DEĞERLENDİRME – 1

- 1) ABCD dörtgendir. Verilen açı ölçülerine göre bu dörtgenin en büyük dış açısı kaç derecedir?



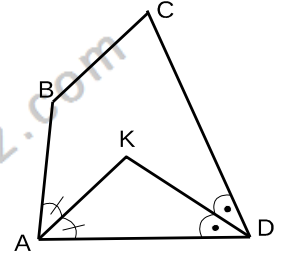
- 2) ABCD dörtgen, E, [CD]'nin orta noktası ve $|KE|=3br$, $|BC|=5br$, $|AB|=\sqrt{61}br$ ise $|AD|=x$ kaç birimdir?



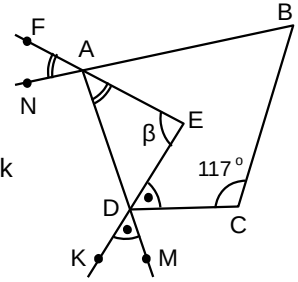
- 3) Köşe koordinatları A(1,2), B(-4,3), C(-2,-2) ve D(2,-5) olan ABCD dörtgenin

- a) Köşegen uzunluklarını.
b) Alanını bulunuz.

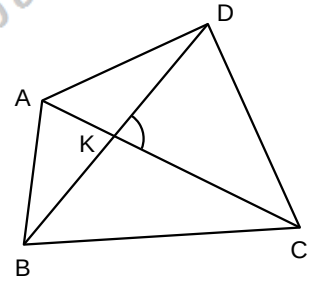
- 4) ABCD dörtgen ve [AK] ile [DK] açıortaylardır. $m(\widehat{AKD})=x+5$, $m(\widehat{ABC})=2x-20$, $m(\widehat{BCD})=x-30$ ise $m(\widehat{AKD})$ kaç derecedir?



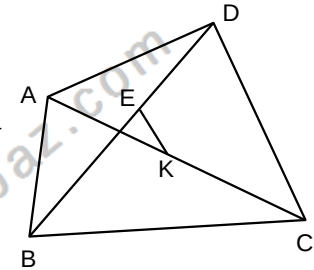
- 5) ABCD dörtgeninde A, D, M noktaları doğrusaldır. $m(\widehat{BCD})=117^\circ$, $m(\widehat{NBC})=75^\circ$ olmak üzere, $m(\widehat{FEK})=\beta$ kaç derecedir?



- 6) ABCD dörtgen, K köşegenlerin kesim noktası $|BD|=8br$, $|AC|=12br$, $A(ABCD)=12\sqrt{2}br^2$ ise $\tan(\widehat{CKD})$ kaçtır ?



- 7) ABCD dörtgen, E ve K üzerinde buldukları köşegenlerin orta noktalarıdır. $|BC|=12br$, $|AD|=8br$ ise $|EK|=x$ kaç farklı tam sayı değeri alabilir?

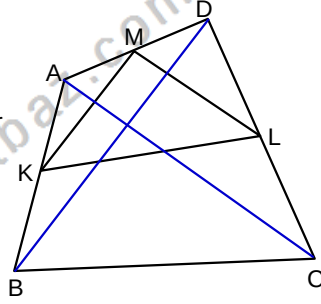


DÖRTGENLER

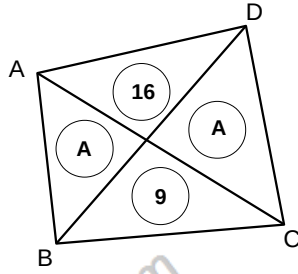
(DÖRTGEN TANIMI – DÖRTGEN ÖZELLİKLERİ – DEĞERLENDİRMELER)

DEĞERLENDİRME – 2

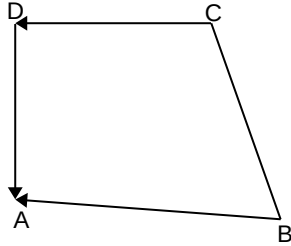
- 1) ABCD dörtgeninde K, L, M kenarların orta noktalarıdır. $|AC|=|BD|=6\sqrt{5}$ br $|KL|=12$ br olduğuna göre, Alan(ABCD) kaç br^2 dir?



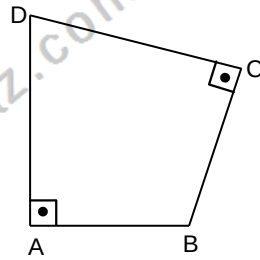
- 2) ABCD dörtgen [AC], [BD] köşegenlerdir. Şekilde daire içinde birim kare cinsinden alanlar verilmiştir. Buna göre $\frac{|AD|}{|BC|}$ oranı kaçtır ?



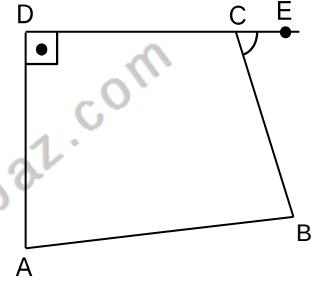
- 3) Analitik düzlemde verilen ABCD dörtgeninde $\overline{CD}=(3\sqrt{2}, -4)$ $\overline{DA}=(2\sqrt{2}, 2)$ $\overline{BA}=(\sqrt{2}, -6)$ verilmiştir. Buna göre A(ABCD) kaç birim karedir ?



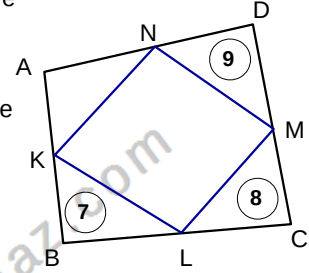
- 4) ABCD dörtgen $m(\hat{A})=m(\hat{C})=90^\circ$ $|BC|=|CD|$ ve $A(ABCD)=72$ br^2 ise C noktasının [AD] doğru parçasına en kısa mesafesi kaç birimdir?



- 5) ABCD dörtgen $m(\hat{D})=90^\circ$, $m(\hat{ECB})=45^\circ$ $|BC|=3\sqrt{2}$ br $|DC|=4$ br, $|AD|=5$ br ise $|AB|$ kaç birimdir?



- 6) ABCD dörtgeninde K, L, M, N buldukları kenarların orta noktalarıdır. Daire içinde verilenler birim kare cinsinden, içinde buldukları üçgenlerin alanları ise KLMN dörtgenin alanı AKN üçgenin alanının kaç katıdır?



- 7) ABCD dörtgeninde, $[AC]\perp[BD]$, $|EL|=4$ cm, $|EM|=5$ cm, $|EK|=3$ cm K, L, M buldukları kenarların orta noktaları olduğuna göre, $|AD|=x$ kaç cm dir?

