

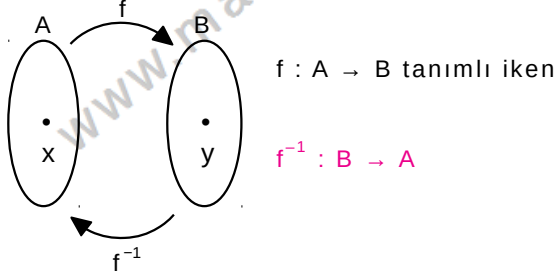
FONKSİYONLAR 5

TERS FONKSİYON

TERS FONKSİYON :

Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için bu fonksiyonun bire bir (1-1) ve örten olması gerekir.

Bir fonksiyon ile tersi 1. açıortay doğrusuna göre simetriktr.



$$y = f(x) \text{ ise } x = f^{-1}(y) \text{ dir.}$$

TERSİNİ BULMA KURALI (GENELLEME)

Bir fonksiyonun tersini; **x yerine y, y yerine x yazıp bu yeni y'yi çekerek elde ettiğimiz x' li ifade ile buluruz.**

Örnek...1 :

$f(x) = 3x + 7$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

$$(x-7)/3$$

Örnek...2 :

$f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}, f(x) = \frac{3x+2}{2x-5}$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

$$(5x+2)/(2x-3)$$

Örnek...3 :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

$$\sqrt[3]{x-1}$$

Örnek...4 :

$f: (-6, \infty) \rightarrow (0, \infty) f(x) = x^2 + 12x + 36$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

$$\sqrt{x-6}$$

Örnek...5 :

$f: (-\infty, 4) \rightarrow (-10, \infty) f(x) = x^2 - 8x + 6$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

$$4 - \sqrt{x-10}$$

FONKSİYONLAR 5

TERS FONKSİYON

Örnek...6 :

Negatif reel sayılardan pozitif reel sayılara tanımlı $f(x) = x^2$ fonksiyonunun tersini bulunuz?

$-\sqrt{x}$

PRATİK KURALLAR :

1) $f(x) = ax + b$ ise $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$ dir.

2) $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ise $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ dir.

Örnek...7 :

Aşağıdaki fonksiyonların tersini uygun şartlarda bulunuz ?

$f(x) = 2x + 5$

$f(x) = 5x - 137$

$f(x) = 9x$

$f(x) = 7$

$f(x) = \frac{3x+7}{2x+5}$

$f(x) = \frac{x+2}{3x-5}$

$f(x) = \frac{7-4x}{2x-8}$

$f(x) = \frac{7x+2}{3+2x}$

$f(x) = \frac{4x-1}{5x}$

$f(x) = \frac{5}{2x-3}$

Örnek...8 :

$f: \mathbb{R} - \{6\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$

$f(x) = \frac{ax + \sqrt{3}}{3x - b}$

ifadesi bire bir (1-1) ve örten bir fonksiyon ise $a+b$ toplamı kaçtır?

24

Örnek...9 :

Uygun koşullarda $x = \frac{3f(x)+5}{f(x)+2}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(0) + f^{-1}(0)$ toplamı kaçtır?

5/6

Örnek...10 :

Uygun koşullarda $f(x) = \frac{f(x)-x}{x+4}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunu, tanım ve görüntü kümesini bulunuz

$f(x) = \frac{-x}{x+3}, \mathbb{R} - \{-3\}, \mathbb{R} - \{-1\}$

TERS FONKSİYON ÖZELLİKLERİ

1) $(f^{-1})^{-1} = f$

2) $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$

3) $f \circ g = I$ ise $f = g^{-1}$ veya $g = f^{-1}$

4) $(f_1 \circ f_2 \circ \dots \circ f_n)^{-1} = f_n^{-1} \circ \dots \circ f_2^{-1} \circ f_1^{-1}$
(Ters sırada açılır)

FONKSİYONLAR 5

TERS FONKSİYON

Örnek...11 :

$$(f \circ g^{-1})(x) = \frac{9x-5}{71+\sqrt{3}x}$$

olduğuna göre, $(g \circ f^{-1})(x)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz?

$$f(x) = \frac{-71x-5}{\sqrt{3}x-9},$$

Örnek...12 :

$$(f \circ g^{-1})(x) = 2x+5 \quad \text{ve} \quad (g \circ f^{-1})(x) = mx+n$$

olduğuna göre, $m+n$ kaçtır?

-2

Örnek...13 :

$$\begin{aligned} f_1^{-1}(5) &= 1 \\ f_2(4) &= 2 \\ f_3(2) &= 1 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $(f_1 \circ f_3 \circ f_2)^{-1}(5)$ kaçtır?

4

Örnek...14 :

$$f(x) = \frac{3x+2}{4x-1} \quad \text{ve} \quad (f \circ g)(x) = x$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g^{-1})(0)$ kaçtır?

-2

Örnek...15 :

h ve g bire bir $(1-1)$ ve örten fonksiyonlar olmak üzere,

$$(h^{-1} \circ g)^{-1}(x) = g^{-1}(x^4 - x^2 + 8)$$

olduğuna göre, $h(\sqrt{5})$ ifadesinin değeri kaç olabilir?

28

Örnek...16 :

g çift bir fonksiyon ve $(f^{-1} \circ g)(-x) = m \cdot g(x) + n$ ise $f(x) = 2x-3$ ise $m-n$ kaçtır?

1

Örnek...17 :

$f \circ g(x) = 3x-8$ ve $f(x) = 2x+5$ ise $g(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$(3x-13)/2$$

Örnek...18 :

$f \circ h(x) = 5x+7$ ve $h(x) = 4x+3$ ise $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$(5x+1)/3$$

Örnek...19 :

u ve v birer fonksiyon, $u \circ v(x) = 5x-3$ ve $u(x) = 5x+2$ ise $v^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$x+1$$

FONKSİYONLAR 5

TERS FONKSİYON

Örnek...20 :

$f(3x+2)=18x+9$ ise $f(x)$ fonksiyonu nedir?
6x-3

Örnek...21 :

$f(2x-3)=10x-17$ ise $f(x)$ fonksiyonu nedir?
x-2

Örnek...22 :

Uygun şartlarda $f\left(\frac{2x+3}{3x+1}\right)=10x-17$ ise $f(x)$ fonksiyonu nedir?
 $\frac{-61x+64}{3x-2}$

Örnek...23 :

$f(x+2)=6x+7$ ve $(g \circ f)(x)=3x+2$ olduğuna göre, $g^{-1}(x)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz?

2x-9

Örnek...24 :

f ve g birer fonksiyon olmak üzere, $(f^{-1} \circ g \circ h)^{-1} \circ (f^{-1} \circ g)$ ifadesinin eşiti nedir?

h^{-1}

Örnek...25 :

$f^{-1}\left(\frac{2x+6}{3+x}\right)=g(x^3+x)$ olduğuna göre, $(f \circ g)(10)$ kaçtır?

2

Örnek...26 :

$f^n = \underbrace{f \circ f \circ f \circ \dots \circ f}_{n \text{ adet } f}$ olarak tanımlansın,

$f^{-1}(2x+5)=f^3(x^6+1)$ olduğuna göre, $f^4(1)$ kaçtır ?

5