

## İKİNCİ DERECE DENKLEMLER -2

### SANAL BİRİM

#### SANAL SAYI BİRİMİ

$x+2=0$  denkleminin doğal sayılarda çözümü yoktur. Eğer çözüm kümesi tam sayılar kümesi olarak genişletilirse  $\{-2\}$  bu denklemin çözüm kümesidir.

Benzer şekilde  $2x+3=0$  denkleminin tam sayılarda çözümü yoktur. Eğer çözüm kümesi Rasyonel Sayılar seçilirse  $\{-\frac{3}{2}\}$  bu denklemin çözüm kümesidir.

Reel (gerçek) sayılarda  $x^2 + 1 = 0$  biçimindeki çözümü olmayan denklemlerin çözümünü yapabilmek için tanımlanan yeni kümenin adı karmaşık sayılar kümesidir.

$i=\sqrt{-1}$  veya  $i^2=-1$  olarak tanımlanırsa reel olmayan sayıların gösterimi mümkün olur. Örneğin  $\sqrt{-9}=3i$ ,  $\sqrt{-16}=4i$ ,  $\sqrt{-20}=2\sqrt{5}i$  olarak yazılabilir.

#### Uyarı

Her a reel sayısı  $a+0.i$  olarak yazılabileceğinden aynı zamanda bir karmaşık sayıdır.

#### KARMAŞIK SAYI

a ve b birer reel sayı ve  $i^2=-1$  olmak üzere,  
 $z = a + bi$  şeklinde ifade edilen z sayısına ,karmaşık (kompleks) sayı denir.

Karmaşık sayılar kümesi  $\mathbb{C}$  ile temsil edilir.

Başka bir deyişle

$\mathbb{C}=\{z: z=a+bi, a,b \in \mathbb{R} \text{ ve } i^2=-1\}$  dir.

$z = a + bi$  karmaşık sayısında a ya karmaşık sayının reel (gerçek) kısmı, b ye karmaşık sayının imajiner (sanal) kısmı denir ve  $Re(z) = a$ ,  $Im(z) = b$  şeklinde gösterilir.

#### Örnek...1 :

Karmaşık sayıların reel ve sanal kısımlarını yazınız

1)  $z=3+8i$

2)  $z=4i-2$

3)  $z=4i$

4)  $z=\sqrt[3]{-5}$

#### Örnek...2 :

Sayıları sanal birim (i) kullanarak yazınız

1)  $z=\sqrt{-4}$

2)  $z=\sqrt{-49} + \sqrt[3]{-27}$

3)  $z=\sqrt{(-3)^2} + \sqrt[5]{-32}$

## İKİNCİ DERECE DENKLEMLER -2

### SANAL BİRİM

#### SANAL BİRİMİN (i-NİN) KUVVETLERİ

$$i^0=1, i^1=i, i^2=-1, i^3=-i, i^4=1, i^5=i, \dots$$

Buna göre,  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,  $i$  nin kuvveti 4 ile bölündüğünde;

$$\begin{aligned} \text{kalan } 0 \text{ ise } i^n &= 1 \\ \text{kalan } 1 \text{ ise } i^n &= i \\ \text{kalan } 2 \text{ ise } i^n &= -1 \\ \text{kalan } 3 \text{ ise } i^n &= -i \end{aligned}$$

#### Hatırlatma

(...abc) biçiminde bir sayının 4 ile bölümünden kalan sayı, (bc) iki basamaklı sayısının 4 ile bölümünden kalan sayıyla aynıdır.

#### Örnek...3 :

Sayıları hesaplayınız

- 1)  $i^{10}$
- 2)  $i^{2345}$
- 3)  $i^{4569676}$
- 4)  $i^{459862583}$

#### İKİ KARMAŞIK SAYININ EŞİTLİĞİ

Reel kısımları ve imajiner kısımları kendi aralarında eşit olan iki karmaşık sayı eşittir.

$$z=a+ib, w=x+iy \text{ ve } z=w \text{ ise } a=x \text{ ve } b=y \text{ dir}$$

#### Örnek...4 :

$z_1=a+2+3i-bi$  ve  $z_2=2a-b+5i$  karmaşık sayıları için  $z_1=z_2$  ise a.b kaçtır?

#### Örnek...5 :

$x < 0 < y$  olmak üzere,

$$\sqrt{x-y} + \sqrt[3]{-512} = \sqrt{-16} + x - y$$

eşitliğine göre, (x,y) ikilisini bulunuz?

#### KARMAŞIK SAYININ EŞLENİĞİ

$z = a + bi$  karmaşık sayı ise  $\bar{z} = a - bi$  sayısına  $z$  karmaşık sayısının eşleniği denir ve  $\bar{z}$  şeklinde gösterilir.

#### Örnek...6 :

1)  $z = 4 + 3i$  sayısının eşleniği  $\bar{z} = 4-3i$  dir

2) Karmaşık sayıların eşleniklerini yazınız

$$z=3+9i$$

$$z=4i-7$$

$$z=i$$

$$z = \sqrt{(-5)^2} + \sqrt[3]{-8}$$

#### Örnek...7 :

$x^2+4=0$  denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz.

#### Örnek...8 :

$x^2+2x+6=0$  denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz?

#### Örnek...9 :

$x^2+4x+8=0$  denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz?

Gerçek katsayılı  $ax^2+bx+c=0$  denkleminde  $\Delta < 0$  için reel kök yoktur. Denklemin kökü olan sanal sayılar birbirinin eşleniğidir.

## İKİNCİ DERECE DENKLEMLER -2

### SANAL BİRİM

#### DEĞERLENDİRME

1)  $z = 3 + 2i$  olduğuna göre,  $\operatorname{Re}(\bar{z}) - \operatorname{Im}(z) = ?$

2)  $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-36} \cdot \sqrt{(-2)^2} \cdot \sqrt[3]{-64}$  işleminin sonucu kaçtır?

3)  $x^2 + 2x + 3 = 0$  denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz

4)  $x^3 + 2x^2 + 3x + px = 0$  denkleminin iki karmaşık bir reel kökü varsa  $p$  nasıl seçilmelidir?

5)  $x^3 + 1 = 0$  denkleminin karmaşık sayılarda çözüm kümesini bulunuz?