

## İKİNCİ DERECEDE DENKLEMLER -1

### DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİ

#### İKİNCİ DERECEDE DENKLEMLER

$a, b, c$  birer reel sayı  $a \in \mathbb{R} - \{0\}$  olmak üzere  $ax^2 + bx + c = 0$  ifadesine ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

#### Örnek...1 :

$x^m - (m-2)x - 1 = 0$  ifadesi ikinci dereceden bir denklem belirtiyorsa  $m$  kaçtır?

$ax^2 + bx + c = 0$  denklemini eğer sağlayan değer veya değerler varsa bu ifadelere kök denir. Köklerin oluşturduğu kümeye de çözüm kümesi denir.

#### Örnek...2 :

$x^2 + 6x + k + 19 = 0$  denkleminin bir kökü  $x = -3$  ise ,  $k$  kaçtır?

#### Örnek...3 :

$x^2 + mx + n + 1 = 0$  denkleminin çözüm kümesi  $\mathbb{C}_k = \{-1, 0\}$  ise ,  $m+n$  kaçtır?

#### Örnek...4 :

$3x^2 + 6x - 2 = 0$  denkleminin çözüm kümesi  $\mathbb{C}_k = \{x_1, x_2\}$  ise  $x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + 2x_2 + \frac{5}{3}$  ifadesinin eşiti kaçtır?

#### Örnek...5 :

$x^2 + 3x - 1 = 0$  denkleminin çözüm kümesi  $\mathbb{C}_k = \{x_1, x_2\}$  ise  $x_1 - \frac{1}{x_1}$  kaçtır?

#### Hatırlatmalar

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) , (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

#### Örnek...6 :

Denklemlerin gerçekte sayılarda çözümlerini araştırınız.

1)  $x^2 - 9 = 0$

2)  $(2+x)^2 - 9 = 0$

3)  $3x^2 - 1 = 0$

4)  $x^2 - x - 12 = 0$

5)  $5x^2 + 3 = 0$

6)  $x^2 - 4x = 0$

7)  $5x^2 + 3x = 0$

8)  $x^2 - 4x + 4 = 0$

9)  $2x^2 + 12x + 18 = 0$

## İKİNCİ DERECE DENKLEMLER -1

### DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİ

#### Örnek...7 :

Denklemleri tam kareye tamamlayarak çözünüz

1)  $x^2-4x+2=0$

2)  $x^2-16x+40=0$

#### İKİNCİ DERECE DENKLEMLER İÇİN DELTA YÖNTEMİ

$ax^2+bx+c=0$  ise  $a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})=0$  ve  $\frac{b^2}{4a^2}$

terimini ekleyip çıkaralım

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}=0 \text{ ve buradan}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

her iki tarafın karekökü alınır

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}=\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \text{ ve buradan}$$

$$\left|x+\frac{b}{2a}\right|=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

burada  $b^2-4ac=\Delta$ , ( $\Delta$  delta, diskriminant) olarak kısaltılırsa denklemin kökleri

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ve } x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

olarak elde edilir.

#### Uyarı

$\sqrt{b^2-4ac}$  ifadesinin reel (gerçek) sayı belirtmesi için  $b^2-4ac=\Delta\geq 0$  olmalıdır.

#### Örnek...8 :

Denklemlerin gerçek sayılarda çözüm kümelerini delta bağıntısını kullanarak çözünüz

1)  $x^2-4x-5=0$

2)  $x^2-2x-15=0$

3)  $x^2-4x+2=0$

4)  $x^2-3x+1=0$

5)  $2x^2-5x+1=0$

6)  $3x^2+1=0$

#### UYARI

$\Delta>0$  için iki farklı kök vardır

$\Delta=0$  için eşit iki kök vardır (çakışık, katlı kök)

$\Delta<0$  için reel kök yoktur. (Sanal-imaginer kökler vardır)

## İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER -1

### DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİ

#### Örnek...9 :

$2x^2 - 10x + m = 0$  denkleminin reel kökü olmadığına göre  $m$  nin değer aralığını bulunuz?

#### Örnek...10 :

$2x^2 - (m-2)x + 8 = 0$  denkleminin eşit kökleri varsa  $m$  nasıl seçilmelidir?

#### Örnek...11 :

$(k-2)x^2 + 2x - 12 = 0$  denkleminin farklı iki reel kökü varsa  $k$  tamsayı olarak en az kaç olur?

#### Örnek...12 :

$k \neq 0$  olmak üzere  
 $x^2 + 2x + 3k = 0$   
 $x^2 + 6x - 5k = 0$   
denklemlerinin birer kökü ortak  
ise  $k$  sayısının alabileceği değerler kaçtır?

Köklü denklemlerde çözüm araştırılırken köklü ifadeyi yalnız bırakıp kare alınarak çözüm araştırılabilir. Bulunan kök veya kökler mutaka ilk denkleme denemelidir

#### Örnek...13 :

$x - \sqrt{x+3} = 3$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Mutlak değerli denlemler genel yöntemlerle veya kritik nokta ile parçalanarak çözülebilir

#### Örnek...14 :

$|x^2 - x| = |x - 1|$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

#### Örnek...15 :

$x^2 + |x| = 6$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

Konuya katkıları için araştırınız

Harezmi  
Abdülhamid İbn Türk  
Brahmagupta

## İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER -1

### DENKLEMİN ÇÖZÜM KÜMESİ

#### DEĞERLENDİRME

1) Denklemlerin reel sayılarda çözüm kümelerini bulunuz.

•  $\frac{x^2}{9} - 25 = 0$

•  $2x^2 - 9 = 0$

•  $5x^2 + 3x = 0$

•  $x^2 + (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$

•  $2x^2 + 5x + 4 = 0$

•  $(2x^2 - 8)(x^2 - 9) = 0$

•  $(x^2 + x - 1)(4x^2 - 12) = 0$

2)  $ux^2 + 3x + 12 = 0$  denkleminin bir kökü  $x_1 = -3$  ise diğer kökü kaçtır?

3)  $x^2 + 5x - 1 = 0$  denkleminin çözüm kümesi  $\mathcal{C}_k = \{x_1, x_2\}$  ise  $x_1^2 + \frac{1}{x_1^2}$  kaçtır ?

4)  $x^2 + 8x - 2 = 0$  denkleminin çözüm kümesi  $\mathcal{C}_k = \{m, n\}$  ise  $4(m^2 + 8m)n + n^2 + 10$  kaçtır ?

5)  $3x^2 - u \cdot x + k = 0$  denkleminin eşit kökleri varsa  $k$  sayısının  $u$  sabiti cinsinden değeri nedir?

6)  $x^3 + 8x^2 - (3-u)x = 0$  denkleminin üç farklı reel kökü varsa  $u$  nasıl seçilmelidir?

7)  $x - \sqrt{x+18} = 2$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

8)  $x^2 + |x-2| = 4$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

9)  $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$  denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

10)  $\begin{cases} x \cdot y = 8 \\ x + y = -6 \end{cases}$  denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz