

POLİNOMLAR -2

DÖRT İŞLEM

POLİNOMLARDA DÖRT İŞLEM

Polinomlarda Toplama ve Çıkarma

$P(x)$ ve $Q(x)$ iki polinom olsun.
 $P(x) + Q(x)$ veya $P(x) - Q(x)$ işlemi yapılırken eşit dereceli terimlerin katsayıları işlemine göre toplanır veya çıkarılır.

Örnek...1 :

$P(x) = 2x^2 - 7x + 5$ ve $Q(x) = 5x^2 + 4x - 3$ polinomları için
a) $P(x) + Q(x)$ b) $3P(x) - Q(x)$
işlemlerini yapınız.

Örnek...2 :

$P(x)$ bir polinomu için $P(x) + P(x+1) = 2x+3$ ise $P(x+2)$ polinomunu bulunuz.

Örnek...3 :

$P(x)$ bir polinomu için $P(x) + P(x-1) = 2x^2 - 6x + 7$ ise $P(1)$ kaçtır?

Polinomlarda Çarpma

iki polinom çarpılırken bir polinomun terimlerinin her biri diğer polinomun terimleri üzerine dağıtılır.

Örnek...4 :

$P(x) = 3x + 2$ ve $Q(x) = x^2 + 4x - 3$ polinomları için
a) $P(x) \cdot Q(x)$ b) $x \cdot P(x) - 2 \cdot Q(x)$
işlemlerini yapınız.

Örnek...5 :

$P(x) = x^4 + x^3 - 3$ polinomu için $x \cdot P^2(x)$ polinomunu bulunuz.

Örnek...6 :

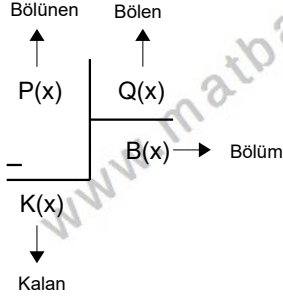
$P(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + 2$ ve
 $Q(x) = 2x^3 + x^2 + 4x - 3$ polinomları için
 $P(x) \cdot Q(x)$ işlemi yapıldığında x^2 li terimin katsayısı kaç olur?

POLİNOMLAR -2

DÖRT İŞLEM

Bölme İşlemi

$P(x)$ ve $Q(x)$ iki polinom ve $\text{der}(P(x)) \geq \text{der}(Q(x))$ olmak üzere



şeklinde bölme işlemi yapıldığında

1 $\text{der}(K(x)) < \text{der}(Q(x))$

2 $P(x) = Q(x)B(x) + K(x)$ bağıntıları geçerlidir.

Örnek...7 :

Bölme işlemlerini yapınız

$$\begin{array}{r} x^3 \quad | \quad x+1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2+4x+2 \quad | \quad x+2 \\ \hline \end{array}$$

Örnek...8 :

$$\begin{array}{r} x^2-3x+2 \quad | \quad x^2-2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x^2-7x+1 \quad | \quad 2x+3 \\ \hline \end{array}$$

Örnek...9 :

10. dereceden $P(x)$ polinomu, 6 dereceden $Q(x)$ polinomuna bölüldüğünde kalan polinom sıfır polinomdan farklı $R(x)$ polinomu olsun. $R(x)$ polinomunun derecesinin alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

Örnek...10 :

$P(x)$ polinomu $3x+5$ ile bölüldüğünde bölüm x^2+x ve kalan -2 dir. Buna göre, $P(x)$ polinomunu bulunuz

Örnek...11 :

$K(x) = x+2$ ve $L(x) = x^2+6x-10$ polinomları için $L(x)$ polinomunun $K(x)$ ile bölümünden elde edilecek bölüm ve kalanın toplamını bulunuz.

Bölme işlemi yapmadan kalanı bulmak

$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad ax+b \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} B(x) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} K(x) \\ \hline \end{array}$$

Bölme algoritmasına göre $P(x) = (ax+b) \cdot B(x) + K(x)$ ve $\text{der}(K(x)) < \text{der}(ax+b)$ olacağından $K(x)$ kalan polinomu sabit polinom olmalıdır.

Burada $ax+b=0$ denkleminin kökü eşitliğin her iki tarafında yazılırsa kalan bölme işlemi yapılmadan kalan bulunmuş olur.

$P(x)$ polinomunun $x-a$ ile tam bölünmesi durumunda $P(a)=0$ olur.

Burada

1. $P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri $(x-a)$ olur. Yani $P(x) = (x-a)Q(x)$ olacaktır.

2. $x=a$ sayısına $P(x)$ in sıfırı (sıfırlarından biri) denir.

POLİNOMLAR -2

DÖRT İŞLEM

Örnek...12 :

$M(x) = x^3 + x - 7$ ve $L(x) = x + 2$ polinomları için $M(x)$ polinomunun $L(x)$ ile bölümünden elde edilecek kalan kaçtır?

Örnek...13 :

$P(x) = x^4 - 9x^3 - 7x^2 + 2x - 8$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...14 :

$P(x) = x^{40} - 2x^{39} - 5x^3 + 3x^2 - 3$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...15 :

$A(x) = x^4 + mx^3 + 3x + 2$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan 5 ise m kaçtır?

Örnek...16 :

$P(x) = x^5 - 4x^3 + 5x + a$ polinomunun bir çarpanı $x + 1$ ise a kaçtır?

Örnek...17 :

$P(x) = x^3 + x^2 - 4x + 2$ ise, $P(x + 2)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...18 :

$P(x) = x^3 + 8$ olduğuna göre, $P(x + 3)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...19 :

$(x+3).P(x) = mx^3 + 27$ olduğuna göre, $P(-3)$ kaçtır?

Örnek...20 :

$P(x) = x^4 + 3x^2 - 8x - 45$ polinomuna kaç eklenirse, elde edilen polinom $x + 2$ ile tam bölünür?

Örnek...21 :

$P(x)$ ve $Q(x+3)$ in $x + 1$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla 1 ve 2 dir. Buna göre, $z.P(3-2x) + Q(4-x)$ polinomu z nin hangi değeri için $x - 2$ ile tam bölünür?

Örnek...22 :

$(x^3 - x) P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ise $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

POLİNOMLAR -2

DÖRT İŞLEM

Örnek...23 :

$P(x)+2.P(-x)=3x^2+6$ olarak veriliyor. $P(x)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

Örnek...24 :

$P(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ polinomunun $x^2 - 4$ ile bölümünden kalan polinomu iki farklı yoldan bulunuz.

Örnek...25 :

$P(x) = 2x^4 + 5x^3 - x^2 + 1$ polinomunun $x^2 + 4$ ile bölümünden kalan polinomu bulunuz.

Örnek...26 :

$P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur. $\text{der}[P(x).\text{der}[Q(x)]=14$ ve $\text{der}[P(x):\text{der}[Q(x)]=8$ olduğuna göre $\text{der}[P(x) + \text{der}[Q(x)]$ kaçtır?

Örnek...27 :

$P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur. $\text{der}[P(x).\text{der}[Q(x)]=8$ ve $\text{der}\left(\frac{P(x^3)}{Q(2x+3)}\right)=12$ olduğuna göre $\text{der}[P(x)]$ kaçtır?

Örnek...28 :

$P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.
 $\text{der}(P^2(x^3+x+1)\cdot Q(x))=25$ ve $\text{der}\left(\frac{P(x^2)}{Q(2x^3+3)}\right)=5$ olduğuna göre $\text{der}[P(x)-Q(x)]$ kaçtır?

POLİNOMLAR -2

DÖRT İŞLEM

DEĞERLENDİRME

1) $P(x) = x^2 - 3x + 4$ ve $Q(x) = 2x^2 + x$ polinomları için $4P(x) - 2Q(x) = 0$ denkleminin kökü kaçtır?

2) $P(x) = x^2 + 3$ polinomu için $P(x+1) - P(x-1) = 0$ denkleminin kökü kaçtır?

3) $L(x) = x^2 + 6x + 2$ polinomları için $L(x+1)$ polinomunun $L(x-1)$ ile bölümünden elde edilecek kalan polinomunu bulunuz.

4) $P(x)$ polinomu $x^2 + x$ ile bölündüğünde bölüm $x + 2$ ve kalan $x - 3$ tür. Buna göre, $P(x)$ polinomunu bulunuz

5) $P(x) = x^{13} - 3x^{12} + 5x^3 - 11x - 100$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

6) $P(x) = x^3 + 3x^3 - 4x + 1$ olduğuna göre, $P(x + 3)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

POLİNOMLAR -2

DÖRT İŞLEM

7) $(x+2).P(x) = mx^4+8x$ olduğuna göre, $P(x-1)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

10) $P(x) = x^3 - x^2 + 3$ polinomunun $x^2 - 5x + 4$ ile bölümünden kalan polinomu bulunuz.

8) $A(x+2)$ ve $B(x-3)$ polinomlarının $x-2$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla -2 ve 3 dir. Buna göre, $k.A(3x-5) + (k-2)B(x-4)$ polinomu k nın hangi değeri için $x-3$ ile tam bölünür?

11) $P(x)$ polinomunun $x-1$ ile bölümünden kalan 6 , $x+2$ ile bölümünden kalan -4 tür. $P(x)$ polinomunun x^2+x-2 ile bölümünden kalan kaçtır?

9) $P(x) = 4x^3 - 4x^2 + 3$ polinomunun $x^2 + 1 - x$ ile bölümünden kalan polinomu bulunuz.

12) $P(x)$ polinomunun $(x-2)^2$ ile bölümünden kalan $6x+2$ ise $x-2$ ile bölümünden kalan kaçtır?