

POLİNOMLAR -1

TEMEL KAVRAMLAR

POLİNOMLAR

$n \in \mathbb{N}$, $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_1 x + a_0$ ifadesine, tüm
 x li terimlerde x in kuvvetinin doğal sayı olması
durumunda x in bir polinomu denir (bir değişkenli
polinom-değişkeni x olan polinom) ve genellikle bu
ifade $P(x)$, $Q(x)$ gibi bir ifadeye eşitlenerek verilir .

Örneğin $P(x) = -2x^2 + 5x + \sqrt{5}$ ifadesi x in bir
polinomudur.

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_1 x + a_0$ ifadesinin
polinom olması için özet olarak iki koşul
sağlanmalıdır.

Koşul 1. x li terimlerinin kuvveti doğal sayı
olmalıdır.

Koşul 2. a_i sayıları her i sayısı için reel sayı
olmalıdır.(Katsayılar reel sayı olmalıdır)

Örneğin $P(x) = x^2 + 4x - 7$, $Q(x) = -x^6 + \frac{1}{2}$,

$R(x) = \frac{1}{\sqrt{-2}}$ ifadeleri reel sayılar kümesinde birer

polinom belirtir fakat $R(x) = \frac{1}{x^2 + 5}$ ifadesi bir
polinom belirtmez.

Polinomlar ,fonksiyonlar kümesinin ait bir
elemandır. Yani her polinom bir fonksiyondur ama
her fonksiyon polinom değildir.

Örnek...1 :

İfadelerin polinom belirtip belirtmediğini
açıklayınız

1. $P(x) = x^9$

1. $Q(x) = 8 - x^2 + \sqrt{3}$

2. $R(x) = \frac{1}{5}x^2 + 4x$

3. $S(x) = x^2 + \frac{4}{x} + 2$

4. $T(x) = 4x - \sqrt{x}$

5. $S(x) = x^2 + \frac{4}{x^2 + 3} + 1$

6. $B(x) = 4x - x\sqrt[5]{x}$

Örnek...2 :

$P(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ polinomu için $P(0)$ kaçtır?

Örnek...3 :

$P(x+4) = x^7 + 6x^6 + 2x - 3$ polinomu için $P(5)$
kaçtır?

Örnek...4 :

$P(2x - 1) = x^2$ olduğuna göre, $P(3) + P(5)$
kaçtır?

Örnek...5 :

$P(x-1) = x^2 + 3x + 1$ polinomu için $P(x)$
polinomunu bulunuz?

Örnek...6 :

$P(x-1) = x^2 + 3x + 1$ polinomu için $P(x+2)$
polinomunu bulunuz?

Örnek...7 :

$P(x^3) = 2x^9 - 3x^6 + 1$ ise $P(x)$ polinomu
bulunuz

Örnek...8 :

$P(x^5) = 2x^{10} + (a-2)x^7 + (b+3)x^6 + 2x^5 + ux^3 - 7$
ise $P(a+b)$ ifadesinin eşitini bulunuz

Örnek...9 :

$P(x) = x^2 + 4x + 3$ polinomu için $P(u) = u^2$ ise u kaç
olabilir?

POLİNOMLAR -1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...10 :

$P(x) = ux^2 - 3x + 2$ ve $P(1) - P(0) = 3$ ise u kaçtır?

TANIM

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ polinomunda + veya - ile ayrılan her bir ifadeye terim, $a_i x^i$ teriminde a_i ye terimin katsayısı, i ise terimin derecesi denir.

En büyük dereceli terimin derecesine **polinomun derecesi** ve bu terimin katsayısına da polinomun **başkatsayısı** denir.

$P(x)$ polinomunun derecesi $\text{der}(P(x))$ ile gösterilir.

Örnek...11 :

Polinomların başkatsayısını ve derecelerini yazınız.

1. $R(x) = \frac{1}{5}x^2 + 4x$

2. $Q(x) = 8 - x^2 + \sqrt{3}$

3. $S(x) = x^2 + 4 - 2x^3$

4. $T(x) = 4x - \sqrt{3}$

5. $S(x) = 1$

6. $B(x) = 0$

Örnek...12 :

$P(x) = x^{\frac{20}{3}} + 4x^{\frac{m+2}{3}} - 7$ polinomunun derecesi en çok kaçtır?

Örnek...13 :

$P(x) = x^{\frac{120}{m}} + 4x^{\frac{150}{m}} - 7$ polinomunun derecesi kaç farklı değer alır ?

SABİT TERİM VE KATSAYILAR TOPLAMI

Bir polinomda katsayılar toplamını bulmak için bilinmeyen yerine 1, sabit terimi bulmak için bilinmeyen yerine 0 yazılır.

Örneğin $A(x) = 4x - x^2 + 5$ polinomunda $x=0$ yazarak sabit terimi 5, $x=1$ yazarak katsayılar toplamını 8 olarak buluruz. Burada $x=0$ ile $A(0)$ sabit terimi $x=1$ ile $A(1)$ katsayılar toplamını verir.

Fakat $B(x+2) = x^3 + 5x - 3$ polinomunda $x=0$ yazarak sabit terimi $B(2) = -3$, $x=1$ yazarak katsayılar toplamını $B(3) = 3$ olarak buluruz.

Örnek...14 :

$P(x) = (x^2 + 3x + 6)^2$ polinomunun katsayılar toplamı ile sabit terimini bulunuz.

Örnek...15 :

$P(x) = mx^2 + x + m + 2$ polinomunun katsayılar toplamı ile sabit terimi toplamı 5 ise m kaçtır?

Örnek...16 :

$P(x+2) = 3x^2 - 2x + 1$ polinomu veriliyor için $P(x+1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

Örnek...17 :

$(x+2)P(x) = (x^3 + m)$ ise, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

POLİNOMLAR -1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...18 :

$A(x-3)=3x-7$ polinomu veriliyor için $A(x-1)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

Örnek...19 :

$K(x-1)=ax^2+3x+2$ polinomu veriliyor için $K(x+2)$ polinomunun katsayılar toplamı 62 ise a kaçtır?

TEK VE ÇİFT DERECELİ KATSAYILAR TOPLAMI

$P(x)$ polinomu verildiğinde $\frac{P(1)+P(-1)}{2}$ ile çift dereceli katsayılar toplamı bulunur.

$P(x)$ polinomu verildiğinde $\frac{P(1)-P(-1)}{2}$ ile tek dereceli katsayılar toplamı bulunur.

Örnek...20 :

$P(x)=(x^2+2x-4)^2$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı kaçtır?

Örnek...21 :

$A(x)=(x^3-4)^2$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı kaçtır?

Örnek...22 :

$P(x)$ bir polinom ve $P(x) + P(x^2) = 2x^2 + mx + 4$ eşitliği veriliyor. $P(x)$ polinomun çift dereceli terimlerinin katsayılarının toplamı 5, ise m kaçtır?

SABİT POLİNOM VE SIFIR POLİNOM

$P(x)=c, c \neq 0$ polinomuna sabit polinom denir.

Örnek...23 :

$P(x)=\sin^2x+\cos^2x-7$ polinomu sabit polinomdur.

$P(x)=c, c \neq 0$ sabit polinomunun derecesi 0 dir.

Örnek...24 :

$A(x)=(k-4)x^2+(m+2)x-m+k+3$ polinomu sabit polinom ise $A(m^k)$ kaçtır?

$P(x)=0$ sabit polinomuna sıfır polinom denir
Sıfır polinomun derecesi yoktur

Örnek...25 :

$P(x) = (m-3)x^8 - (k+1)x^{24} + c-2$ polinomu 0 polinom ise $m+k+c=?$

POLİNOMLAR -1

TEMEL KAVRAMLAR

POLİNOMLARIN EŞİTLİĞİ

P(x) ve Q(x) eşit dereceli iki polinom ve bu iki polinomdaki eşit dereceli terimlerin katsayıları da eşit ise bu polinomlar eşittir denir ve $P(x) = Q(x)$ yazılır.

Örnek...26 :

$$P(x) = 7x^2 + (k + 3)x + 9$$

$$Q(x) = (n + 3)x^2 + 4x + m - 2$$

polinomları eşit polinomlar olduğuna göre, $m+k+n$ kaçtır ?

Örnek...27 :

$$(x + 3)(x^2 + m) = x^3 + kx^2 + (n+2)x - 24 \text{ ise ,}$$

$m+k-n$ kaçtır?

Örnek...28 :

Her x reel sayısı için,
 $ax^3 + bx^2 + x + 4 = (x^2 - 4)(mx + n)$
olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

Örnek...29 :

$$\frac{3x-1}{x^2-4} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} \text{ ise } A+B \text{ kaçtır?}$$

Örnek...30 :

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$Q(x) = (x+3)^2$$

$$P(x+1) = Q(x-1) \text{ ise } a+b+c \text{ kaçtır?}$$

Örnek...31 :

P(x) bir polinomu için

$$P(x+1) = x^2 + mx + n$$

$$P(x-1) = x^2 \text{ ise } P(m+n+1) \text{ kaçtır?}$$

POLİNOMLAR -1

TEMEL KAVRAMLAR

DEĞERLENDİRME

1) $P(x^3)=5x^{12}+2x^9+(a-2)x+13$ polinomu için $P(a)$ kaçtır?

2) $P(x)=x^{\frac{20}{m+1}}+4x^{\frac{m+2}{2}}+m$ polinomunun derecesi en çok kaçtır?

3) $P(x-1) = x^2$ olduğuna göre, $P(x)+P(x+1)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

4) $P(x)=x^2+5x+1$ polinomu için $P(x+1)-P(x-1)=2$ ise x kaç olabilir?

5) $P(x)=x^2+2x+m+2$ polinomu için $P(x+1)$ polinomunun sabit terimi 7 ise m kaçtır?

6) $(x-3)P(x)=(x^3+m)$ ise, $P(0)$ kaçtır?

7) Her x reel sayısı için,
 $mx^3+nx^2+x+1=(x^2-1)(vx+p)$ olduğuna göre, $v+p$ toplamı kaçtır?

8) $P(x)$ bir polinomu için
 $P(x+1)=x^2+ax+b$
 $P(x-1)=x^2$ ise $P(ax)$ polinomunun başkatsayısı kaçtır?