

SAYMA VE OLASILIK-6

OLASILIK

OLASILIK (İHTİMALLER HESABI)

Olasılık kavramı ilk önceleri şans oyunları ile başlamıştır. Örneğin bir oyunda kazanıp kazanmama, bir paranın atılmasıyla tura gelip gelmemesi gibi. Bu gün bu kavramın birçok uygulanma alanları vardır.

OLASILIK HESABININ TEMEL KAVRAMLARI

DENEY :

Tanımsızdır. Para atmak, zar atmak gibi. Tekrarlanabilen, farklı tekrarında farklı sonuçlar elde edilebilen süreçler birer deney olarak düşünülür.

ÇIKTI:

Deneyde karşılaşılabilecek her bir sonuçtur. (Örnek nokta)
Örneğin zar atıldığında 3 çıktılardan biridir.

ÖRNEK UZAY:

Bir deneyde çıkabilecek tüm sonuçların oluşturduğu kümeye , örnek uzay denir ve E ile gösterilir. Örneğin para atılması deneyinde $E=\{Yazı, Tura\}$ kümesidir.

Örnek...1 :

Bir madeni para atılması deneyinde çıktılar (örnek noktalar) Yazı(Y) ve Tura (T) ve örnek uzay $E =\{Y,T\}$,
bir zar atma deneyinde çıktılar 1,2,3,4,5,6 ve örnek uzay $E=\{ 1,2,3,4,5,6\}$ olur.

4.OLAY :

Örnek uzayın her bir alt kümesine denir.

Örnek...2 :

Hilesiz iki zar atma deneyinin bütün çıktılarını aşağıdaki tabloya yazınız.

Tabloya göre iki zar atma deneyinde üst yüze aynı sayıların gelme olayı A olayı ise $A=$

A OLAYININ TÜMLEYENİ

A olayının çıktılarının dışında kalan ve örnek uzayın diğer bütün çıktılarını içeren olaya A olayının tümleyeni denir ve A' ile gösterilir.

KESİN OLAY VE İMKANSIZ OLAY :

Boş kümeyle olanaksız olay, E örnek uzayına da kesin olay denir.
Bir zar atıldığında 7 den küçük gelmesi kesin olay, 6 dan büyük gelmesi imkansız olaydır

NOT

n para atılmasında $s(E)= \dots$

n zar atılmasında $s(E)= \dots$

k para ve m zarın atılması deneyinde

$s(E)= \dots$

Örnek...3 :

Farklı üç para atılıyor.

a) Örnek uzayı belirtiniz. $s(E)=?$

b) En çok bir paranın tura gelmesi olayını yazınız.

EŞ OLASI OLAYLAR .

Aynı örnek uzaydaki bir olaya ait olası durumların sayısı başka bir olaya ait olası durumların sayısına eşit ise bu olaylara eş olası olaylar denir. Örneğin bir zar atma deneyinde asal sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı eş olası olaylardır.

AYRIK OLAYLAR

$A \subset E$ ve $B \subset E$ olmak üzere $A \cap B = \emptyset$ ise A ve B olaylarına ayrik olaylar denir.

Kısaca bir zar atıldığında tek sayı gelme olayı ile çift sayı gelme olayı gibi aynı anda gerçekleşmeyen olaylara ayrik olaylar deriz .

EŞ OLUMLU ÖRNEK UZAY

$E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ ve $P(e_1) = P(e_2) = \dots = P(e_n)$ oluyorsa E örnek uzayına eş olumlu örnek uzay denir. Yani bir deneyde her bir çıktının olasılığı birbirine eşitse bu örnek uzaya eş olumlu örnek uzay denir. (deney hilesizdir) E eş olumlu örnek uzayının bir olayı A ise A olayının olma olasılığı P(A) ile gösterilir.

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\text{istenendurumlar}}{\text{tümdurumlar}}$$
 olacak şekilde hesaplanır.

1. $A \subset E \Rightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$
2. $P(E) = 1$
3. $A, B \subset E$ ve $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
4. Kesin olayın olasılığı 1, imkansız olayın olasılığı 0 dir.

Örnek...4 :

Bir zar atıldığında

- a) Tek sayı gelmesi
- b) Asal sayı gelmesi olasılıklarını bulunuz.

Örnek...5 :

İki zarın birlikte atılması deneyinde

- a) Toplamlarının 5 gelmesi
- b) zarların aynı gelmesi
- c) ikisinin de tek sayı gelmesi olasılıklarını bulunuz.

Örnek...6 :

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin alt kümeleri birer karta yazılıp bir kutuya konuyor. Kutudan bir kart çekiliyor. Bu kartta yazılı kümenin 3 elemanlı bir küme olma olasılığı nedir?

UYARI

Eş olası olmayan durumda her bir çıktının olasılığı eşit olmak zorunda değildir.

Örnek...7 :

Hileli bir zarda bir yüzün gelme olasılığı üzerinde yazan yüzle doğru orantılıysa bu zar atıldığında 4 den büyük gelme olasılığı nedir?

UYARI

Bir olayın tümleyeni , o olayın sonuçları dışında kalan sonuçlar kümesidir.

A olayının tümleyeni A' ise

$$P(A) + P(A') = P(E) = 1 \text{ dir.}$$

Örnek...8 :

Üç para atıldığında en az bir tura gelme ihtimali nedir?

Örnek...9 :

Bir zar atıldığında tek sayı gelmesi olayı A ve çift sayı gelme olayı B ise A ve B ayırık olaylardır.

UYARI

A ve B olayları ayırık olaylar ise

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

A ve B olayları ayırık olaylar değil ise

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

olarak hesaplanır.

Örnek...10 :

A, B ve olaylarının olasılıkları

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

olarak veriliyor.

İstenen olayların olasılıklarını bulunuz?

a) $P(A')$

b) $P(B')$

c) $P(A \cup B)$

d) $P(A \cap B')$

e) $P(A' \cup B')$

Örnek...11 :

Üç takımlı bir ligde karşılaşan A, B, C takımlarının şampiyon olma olasılıkları sırası ile x, 2x ve 3x tir. Bu ligde A veya C nin şampiyon olma olasılığı nedir?

Örnek...12 :

Bir sınıftaki öğrencilerin 20 tanesi erkek ve 10 tanesi kızdır. Erkeklerin 5 i, kızların 6 sı mavi gözlüdür. Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin kız veya mavi gözlü olması olasılığı nedir?

DEĞERLENDİRME

1) A, B ve olaylarının olasılıkları $P(A) = \frac{1}{3}$,

$$P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$
 olarak veriliyor

$$P(A' \cap B')$$
 olasılığı kaçtır?

2) 34 kişilik bir sınıfta, gözlüklü kız öğrenci sayısı 12' dir. Gözlüksüz erkeklerin sayısı gözlüksüz kızların sayısının 4 katı ve erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının 2 katından 11 eksik olduğuna göre sınıftan seçilecek bir öğrencinin gözlüksüz kız öğrenci olma olasılığı kaçtır?

3) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ için $A \times A$ kümesinden seçilecek bir ikilide bileşenlerin eşit olma olasılığı kaçtır?

4) Hilesiz iki zar atıldığında toplamın 7 den büyük gelme olasılığı kaçtır?

5) Hileli bir zarda bir yüzün gelme olasılığı üzerinde yazan yüzle ters orantılıysa bu zar atıldığında 4 den küçük gelme olasılığı kaçtır?